

DOI: 10.11835/j.issn.2096-6717.2025.040



开放科学(资源服务)标识码 OSID:



# 水平荷载下树木迎风区横向单根的大位移 模拟方法及其力学特性分析

王馨怡<sup>1</sup>, 张星宇<sup>1</sup>, 梁珂<sup>1</sup>, 梁腾<sup>2</sup>, 杨璐<sup>3</sup>, 柯世堂<sup>1</sup>

(1. 南京航空航天大学土木与机场工程系, 南京 211106; 2. 浙江大学超重力研究中心, 杭州 310058; 3. 昆明市规划设计研究院有限公司, 昆明 650051)

**摘要:** 台风下迎风区横向根对树木的抗倒伏有重要作用, 但缺乏其在大位移条件下的定量研究。基于物理模型试验和有限元模拟, 得到大位移下根单元的力-位移曲线。在此基础上, 使用双线性软化假设并结合 Winkler 地基梁法研究水平荷载下树木迎风区横向单根响应, 分析根直径和长度对峰值弯矩和旋转刚度的影响。结果表明: 当根的长度小于临界长度时, 峰值弯矩随直径和长度的增加而增加, 且对直径更敏感; 总旋转刚度和初始旋转刚度都随直径的增加而增加, 但总旋转刚度随长度的增加而减小, 而初始旋转刚度基本保持不变。当根的长度超过临界长度时, 弯矩-转角曲线总体上不再发生改变, 以上指标也基本不变。使用根的直径、弹性模量对临界长度进行拟合, 其结果可以满足工程中对粗根临界长度的估算。

**关键词:** 树木根系; 台风; 水平荷载; Winkler 地基梁; 弯矩-转角曲线

**中图分类号:** TU312.1 **文献标志码:** A **文章编号:** 2096-6717(2026)03-0128-08

## Modelling and mechanical analysis of large displacement of windward lateral roots of trees under horizontal loads

WANG Xinyi<sup>1</sup>, ZHANG Xingyu<sup>1</sup>, LIANG Ke<sup>1</sup>, LIANG Teng<sup>2</sup>, YANG Lu<sup>3</sup>, KE Shitang<sup>1</sup>

(1. Department of Civil and Airport Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 211106, P. R. China; 2. Center for Hypergravity Experimental and Interdisciplinary Research, Zhejiang University, Hangzhou 310058, P. R. China; 3. Kunming Planning and Design Research Institute Co., Ltd., Kunming 650051, P. R. China)

**Abstract:** Windward lateral roots have been shown to play a significant role in the resistance of trees to overturning under typhoons. However, there is a paucity of research focusing on their behaviours under large displacements. Through physical model tests and finite element simulations, the force-displacement curves of root elements under large displacements were obtained. Subsequently, the bilinear softening assumption incorporating the Winkler foundation beam method was used to analyze the response of single windward lateral roots under horizontal loads. Effects of root diameter and length on the peak bending moment and rotational

**收稿日期:** 2024-11-08

**基金项目:** 江苏省自然科学基金(BK20230895); 国家自然科学基金(52408541, 52208326)

**作者简介:** 王馨怡(2001-), 女, 主要从事环境岩土工程研究, E-mail: 17558878172@nuaa.edu.cn.

张星宇(通信作者), 男, 博士, E-mail: x.y.zhang@nuaa.edu.cn.

**Received:** 2024-11-08

**Foundation items:** Natural Science Foundation of Jiangsu Province (No. BK20230895); National Natural Science Foundation of China (Nos. 52408541, 52208326)

**Author brief:** WANG Xinyi (2001-), main research interest: geo-environmental engineering, E-mail: 17558878172@nuaa.edu.cn.

ZHANG Xingyu (corresponding author), PhD, E-mail: x.y.zhang@nuaa.edu.cn.

stiffness were investigated. The findings demonstrated that when the root length was less than the critical length, the peak bending moment increased with an increase in diameter and length, and exhibited heightened sensitivity to diameter. Additionally, the overall rotational stiffness and initial rotational stiffness both increased with the increase in diameter; however, the overall rotational stiffness decreased with the increase in length, while the initial rotational stiffness basically remained unchanged. When the root was longer than the critical length, the moment-rotation curve generally no longer changed, so the above indexes were unchanged. The critical length was fitted with root diameter and elastic modulus, which can satisfy the estimation of the critical length of thick roots in engineering.

**Keywords:** tree root; typhoons; lateral load; beam-on-a-nonlinear Winkler foundation; moment-rotation curve

在众多自然灾害中,风灾由于其多发性造成的损失位列各种灾害之首<sup>[1]</sup>。近几十年来,台风发生频率不断增加<sup>[2]</sup>,树木在强风作用下容易发生断枝、折干和倒伏,这不仅会造成严重的经济损失,更可能威胁人们的生命安全<sup>[3]</sup>。因此有必要对风荷载下树木的极限承载力进行研究。

由于根系埋在土体中不可见,再加上其锚固机制复杂,早期的研究将树的极限承载力与树冠结构、树干的几何特性及生物量分布等直接关联<sup>[4-5]</sup>,缺乏对根-土相互作用的考量。Défossez等<sup>[6]</sup>、傅胤榕等<sup>[7]</sup>通过倾覆试验发现,根系的极限倾覆弯矩与根系长度、土体种类和含水率都有关系。然而,由于现场试验无法准确控制变量进而无法精准复现,Zhang等<sup>[8]</sup>运用3D打印技术构建了缩尺植被根系模型以开展物理模拟。这些研究为外荷载下根-土相互作用的研究奠定了基础,但不能准确揭示复杂根系的局部受力情况。为了解决这个问题,Kim等<sup>[9]</sup>使用有限元软件建模,将真实根系进行简化,探究了其空间结构对极限倾覆弯矩的影响。但鉴于根系空间结构复杂、无明显对称性,存在整体尺寸大而单根尺寸小的特点,于单根而言,使用传统有限元分析划分的土体网格往往较为粗糙<sup>[10-11]</sup>,且无法捕捉整个根系在大变形条件下的响应。

Winkler地基梁法可以避免有限元建模时对土体的网格划分,为上述问题提供了解决思路。Liang等<sup>[12]</sup>基于桩基工程中的 $p$ - $y$ 曲线将土体等效为弹簧对根进行约束,研究了竖向单根在直剪中的响应,并通过与大型直接剪切试验结果进行对比,验证了地基梁法的有效性。Meijer等<sup>[13]</sup>在地基梁框架下用双曲正切函数对 $p$ - $y$ 曲线进行简化,并结合 $t$ - $z$ 曲线

研究土体中竖向根轴向和侧向变形的耦合效应。

基于现场试验<sup>[14]</sup>和物理模型试验<sup>[15]</sup>归纳出的树木极限倾覆弯矩与全部或遭破坏的迎风区横向根的横截面积成正比,表明迎风区的横向根对树木在台风灾害中的抗倾覆能力贡献较大。笔者基于Winkler地基梁法对水平荷载下树木迎风区横向单根进行模拟研究,将其离散为大量根单元,用非线性连接器代替土体对根单元进行约束,其中连接器属性由根单元的抗拔物理模型试验和数值模拟获取。在此基础上,逐步增大端点的旋转角,系统分析大变形条件下其直径、长度对峰值弯矩和旋转刚度的影响,进而对迎风区横向单根-土相互作用进行初探。

## 1 根单元抗拔模型试验

### 1.1 试验土样

使用的土体为HST95砂,级配曲线如图1所示,其均匀系数和曲率系数分别为1.5和1,最大和最小干密度分别为1.8、1.5 g/cm<sup>3</sup>。由直剪试验测得的临界内摩擦角为32°,试验中土样的相对密实度范围为9%~93%。土体其余参数见表1<sup>[16]</sup>。该砂已多次出现在现有的物理模拟<sup>[17]</sup>和数值模拟<sup>[18]</sup>研究中,参数准确。

### 1.2 物理模型试验

如图2所示,为探究迎风区横向根的整体响应,先将单根离散成足够多而短的根单元,在单根的旋转过程中,根单元可视为垂直上拔。

模拟迎风区横向根的原型来自生长在砂质土中的海岸松,根据现场测量数据<sup>[19]</sup>可知,其横向根平均埋深 $z_r$ ,即横截面中心至土体上表面的距离为

表1 土体参数

Table 1 Soil parameters

基本土性参数				有限元参数(相对密实度为60%)							
平均粒径	最大粒径	最小孔	最大孔	相对密度	峰值内摩擦角	剪胀角	参考切线模量	参考割线模量	参考卸载模量	参考低剪应变模量	参考剪切应变
$D_{50}/\text{mm}$	$D_{100}/\text{mm}$	隙比	隙比	度 $G_s$	角 $\phi'/(^{\circ})$	$\psi/(^{\circ})$	量 $E_{\text{ocd}}^{\text{ref}}/\text{MPa}$	量 $E_{50}^{\text{ref}}/\text{MPa}$	量 $E_{\text{ur}}^{\text{ref}}/\text{MPa}$	模量 $G_0^{\text{ref}}/\text{MPa}$	变 $\epsilon_{s,0.7}/\%$
0.14	0.21	0.467	0.769	2.65	41	11	35.2	44	105.7	118.8	0.0169

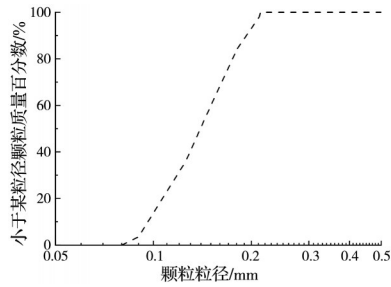


图 1 HST95 砂级配曲线

Fig. 1 Particle size distribution curve of HST95 sand

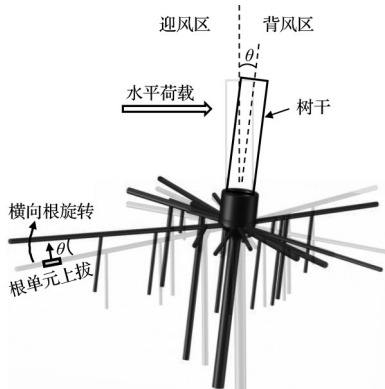


图 2 水平荷载下的简化根系

Fig. 2 Simplified root system under lateral loading

130 mm。选取直径  $d_r$  为 60 mm 的根单元为研究对象,将其抗拔过程近似成平面应变问题。如图 3 所示,使用等直径的钢制 T 形杆对根进行 1:1 物理模拟,其长度设计为 430 mm。试验模型箱的内部尺寸为 800 mm(长)×500 mm(宽)×550 mm(高)。

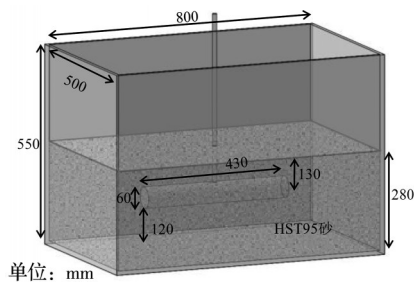


图 3 试验模型示意图

Fig. 3 Schematic diagram of the test model

采用落雨法将 HST95 砂扬至盒内,控制其相对密实度为 60%~65% (对应干密度为  $(1.67 \pm 0.01) \text{ g/cm}^3$ ),当土深达到 120 mm 时,将模型根(T形杆)悬挂固定在该土体上表面,继续扬土,直到模型根的埋深为 130 mm 时,撤走固定模型根的设备。此时,  $z_r = 130 \text{ mm}$ ,  $z_r/d_r = 2.17$ 。将土体自下而上进行饱和后,为达到排水工况,采用 0.002 5 mm/s 的速率匀速将模型根垂直拔出。试验中用拉力传感器记录力随时间的变化,采样频率为 1 Hz。

根单元的抗拔力-位移曲线如图 4 所示。拉力先呈急剧上升趋势,约在位移 3 mm 处达到峰值,峰

值为 0.168 N/mm。随后进入下降阶段,下降速率开始趋于均匀,在位移达到 18 mm 时,斜率发生明显改变,下降转为平缓。

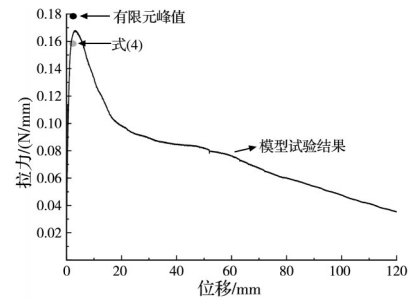


图 4 根单元抗拔试验的力-位移曲线

Fig. 4 Force-displacement curve of the root segment in pull-out test

## 2 根单元抗拔的数值模拟

### 2.1 模型构建

选用有限元软件 PLAXIS 2019 的平面应变求解模式进行反演。如图 5 所示,所建模型尺寸与物理试验相同。模型水平向为  $x$  向,竖直向为  $y$  向,且对底部边界施加  $x$  向与  $y$  向的位移约束,对  $x$  向边界施加  $y$  向约束,顶部为自由边界无约束,也为水头所在高度。横向根用刚性板单元模拟,在板单元上施加均布线位移荷载,荷载方向向上。土体采用小应变硬化土 (hardening soil model with small strain stiffness, HSS) 本构模型,涉及的参数见表 1,均来自已有数值模拟研究<sup>[16]</sup>。网格划分如图 5 所示,含 7 314 个单元、58 873 个节点。

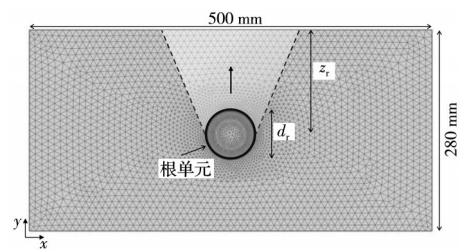


图 5 根单元上拔的有限元模拟示意图

Fig. 5 Schematic diagram of the finite element simulation of root segment pull-out

与传统土工结构相比,横向单根所在深度浅,有效应力低,故使用式(1)<sup>[20]</sup>对土体的峰值内摩擦角和剪胀角进行修正。

$$\phi' - \phi'_{\text{crit}} = AI_R \quad (1)$$

式中:  $A$  为无量纲因子,在平面应变条件下取  $A = 5$ ;  $\phi'_{\text{crit}}$  为土体临界状态摩擦角, HST95 砂的取值为  $32^\circ$ ;  $I_R$  可由式(2)得出。

$$I_R = I_D(Q - \ln p') - R \quad (2)$$

式中:  $I_D$  为砂的相对密实度;  $p'$  为土体的平均有效应

力;  $Q$  和  $R$  为拟合参数, 当  $0 < I_R < 4$  时, Bolton<sup>[20]</sup> 建议分别取 10 和 1。Chakraborty 等<sup>[21]</sup> 则建议在低应力的平面应变问题中  $Q$  取  $7.1 + 0.75 \ln p'$ ,  $R$  取 1。在  $\phi'$  修正后, 对应的剪胀角  $\psi$  计算式为

$$\phi' - \phi'_{crit} = 0.8\psi \quad (3)$$

基于此, 土体在低应力下的峰值内摩擦角和剪胀角分别修正为  $46^\circ$  和  $18^\circ$ 。

### 2.2 模拟结果

产生大位移后网格会严重变形, 影响精度, 同时也导致计算无法继续进行, 故在拉力达到峰值后停止有限元模拟, 得到的拉力峰值如图 4 所示, 为  $0.178 \text{ N/mm}$ , 与试验值吻合较好, 误差约 5%。由图 5 可知, 在根单元上拔过程中, 阻力来源于上部楔形土体的重力和滑动面所受的摩擦力。White 等<sup>[22]</sup> 假设作用在滑动面上的法向有效应力可基于土压力系数  $K_0$  得到, 故单位长度的最大拉力  $P$  可用式 (4) 计算。

$$P = \gamma' z_r d_r + \gamma' z_r^2 \tan \phi - \frac{\pi \gamma' d_r^2}{8} + \gamma' z_r^2 (\tan \phi' - \tan \phi) \left( \frac{1 + K_0}{2} - \frac{(1 - K_0) \cos(2\psi)}{2} \right) \quad (4)$$

式中:  $\gamma'$  为土体的有效重度。如图 4 所示, 据此计算出的  $P$  为  $0.158 \text{ N/mm}$ , 与有限元模拟结果相差 10%。

## 3 迎风区横向根的数值模拟

### 3.1 Winkler地基梁法

为探究水平风荷载下迎风区横向柔性单根的整体响应, 采用 Winkler 地基梁法, 使用非线性连接器代替土体单元对根进行约束, 从而解决有限元中大位移下网格严重变形导致无法计算的问题。同时, 也可规避对土体的精细网格划分, 大幅提高计算效率。

如图 6 所示, 将直径  $d_r$ 、长度  $l_r$  的单根用等尺寸 2D 梁单元模拟, 基于已有物理试验结果并考虑建模的复杂性, 忽略其弯曲的几何特征。梁单元可受剪受弯, 截面为圆形, 使用弹-塑性模型来模拟根的应力-应变响应。首先将单根进行离散, 划分成足够多的单元, 同时构造相同数量的非线性笛卡尔连接器, 将其一端与根相连, 以模拟土体对横向根的约束, 另一端连接固定刚体短梁, 用来模拟边界, 两者的间距为  $0.004 \text{ mm}$ 。在根的左端部限制位移并施加逆时针方向的转角, 以模拟植被根在水平外荷载作用下发生倾覆时迎风区横向单根旋转的工况。根其余各处只受连接器的作用而无其他边界条件

限制。由于每一个笛卡尔连接器都对应各自的局部坐标系, 所以加载过程中土体(连接器)对根的约束力可始终在局部与根保持垂直。不同直径、埋深的根对应的连接器参数不同, 只考虑  $z_r = 130 \text{ mm}$  的工况。

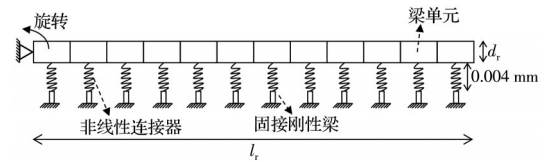


图 6 旋转荷载下根-土相互作用模型示意图(非按比例)

Fig. 6 Schematic diagram (not to scale) of root-soil interaction model under rotational loading

### 3.2 连接器参数

对于离散后的根, 其中根单元在加载过程中可近似为刚体单元的上拔, 故连接器的参数可由根单元抗拔的数值模拟结果确定。然而, 由于有限元无法捕捉大变形下根单元的响应, 力-位移 ( $P$ - $y$ ) 曲线只涵盖到峰值点前。根据 Zhang 等<sup>[17]</sup> 的研究, 将根在峰值  $P_{ult}$  (对应位移为  $y_{ult}$ ) 后的响应简化为双线性软化, 非线性连接器的标准化参数建立方式为: 如图 7 所示, 通过有限元软件得到峰值前的力-位移标准化参数曲线 ( $P/P_{ult}$ - $y/z_r$ ); 由图 5 知, 当位移  $y/z_r = 1$  时, 根的上表面已完全拔出土体, 此时对应的力为 0。基于双线性软化假设, 在图 7 中连接点  $(0, 0.5)$  和  $(1, 0)$  作直线  $l_1$ , 连接点  $(y_{ult}/z_r, 1)$  和  $(0.5, 0)$  作直线  $l_2$ , 两直线相交于点  $I$ 。连接点  $(y_{ult}/z_r, 1)$ 、 $I$ 、 $(1, 0)$  即为峰值后的双线性软化曲线。对比物理模型试验可以发现, 这种简化可以较好地反映刚性根单元的响应。

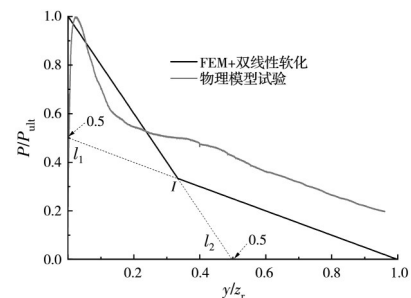


图 7 连接器参数

Fig. 7 Parameters of the connector

### 3.3 横向根的材料属性

横向单根的应力-应变关系采用弹塑性模型表征。一般而言, 根的抗拉强度  $T_r$  和弹性模量  $E_r$  与直径呈负幂律的关系。<sup>[23]</sup>

$$T_r = \alpha_T d_r^{\beta_T} \quad (5)$$

$$E_r = \alpha_E d_r^{\beta_E} \quad (6)$$

式中:  $\alpha_T$ 、 $\beta_T$ 、 $\alpha_E$  和  $\beta_E$  为拟合参数,  $T_r$ 、 $E_r$ 、 $d_r$  的单位分

别为 MPa、GPa、mm。按照文献[24]取  $\alpha_T = 164.7$ 、 $\beta_T = -0.52$ 、 $\alpha_E = 7.27$ 、 $\beta_E = -0.79$ ；泊松比取 0.35。

### 3.4 模拟工况

使用有限元软件对表 2 中不同直径和长度的迎风区横向单根进行模拟,共 63 种不同工况,包含 10 组

不同直径  $d_r$ ,其范围从 60 mm(编号 1-)到 0.8 mm(编号 10-),数量级上涵盖了现实植被横向单根的大部分直径。对于每一个直径,选择不同长度进行模拟,以得到不同的长细比。以 60 mm 的根为例,其长度范围为 150~4 000 mm,对应的长细比为 2.5~67。

表 2 不同工况下迎风区横向单根的尺寸

Table 2 Dimensions of single windward lateral roots under different cases

编号	直径 $d_r$ / mm	长度 $l_r$ / mm	编号	直径 $d_r$ / mm	长度 $l_r$ / mm	编号	直径 $d_r$ / mm	长度 $l_r$ / mm	编号	直径 $d_r$ / mm	长度 $l_r$ / mm
1-1	60	4 000	3-2	30	1 393	5-3	18	900	8-2	3	150
1-2	60	3 000	3-3	30	1 168	5-4	18	600	8-3	3	76
1-3	60	2 315	3-4	30	900	5-5	18	300	8-4	3	40
1-4	60	1 972	3-5	30	600	5-6	18	150	8-5	3	15
1-5	60	900	3-6	30	300	5-7	18	90	8-6	3	8
1-6	60	600	3-7	30	150	6-1	12	1 168	9-1	2	150
1-7	60	300	3-8	30	90	6-2	12	630	9-2	2	62
1-8	60	150	4-1	24	1 972	6-3	12	300	9-3	2	46
2-1	45	3 000	4-2	24	1 168	6-4	12	150	9-4	2	40
2-2	45	1 886	4-3	24	900	6-5	12	90	9-5	2	15
2-3	45	1 168	4-4	24	600	7-1	6	300	9-6	2	8
2-4	45	900	4-5	24	300	7-2	6	188	10-1	0.8	62
2-5	45	600	4-6	24	150	7-3	6	150	10-2	0.8	40
2-6	45	300	4-7	24	90	7-4	6	90	10-3	0.8	15
2-7	45	150	5-1	18	1 972	7-5	6	40	10-4	0.8	8
3-1	30	3 000	5-2	18	1 168	8-1	3	188			

## 4 根-土相互作用结果分析

### 4.1 弯矩-转角曲线

图 8 所示为不同工况下典型的弯矩-转角曲线。图 8(a)为 60 mm 直径根的结果。在加载初始阶段,不同长度根对应的曲线基本吻合,弯矩随转角的增大而增大,而增幅逐渐降低。随着根长度的增加,峰值弯矩  $M_p$  对应的转角  $\theta_p$  有所提高。且当长度从 300 mm 增至 2 315 mm 时,  $M_p$  从 2.2 N·m 升至 121.8 N·m;而当长度大于 2 315 mm 时,  $M_p$  大致保

持不变。对于长度较短的横向单根( $l_c \leq 900$  mm),其弯矩在达到最大值后逐渐降低至 0;而长根则在弯矩下降段出现了骤降至 0 的现象。这是因为短根的根-土相对刚度较大,根在旋转过程中弯曲变形小,保持近似直线的形态逐渐离开土体,故弯矩缓慢降为 0;但对于长根而言,其根-土相对刚度较小,根在旋转初期弯曲变形大,呈拱形。随着转角的增加,根的埋深减小,土体的约束逐渐降低,当旋转至某一角度时,土体的约束不能使其继续保持拱形,根在此时刻回弹为线形,被“瞬间”拔出土体,导致

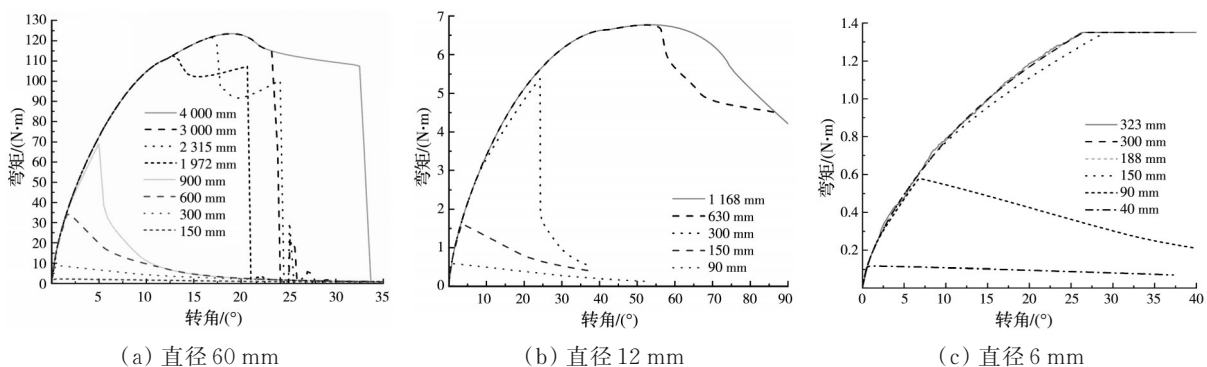


图 8 不同尺寸根的弯矩-转角曲线

Fig. 8 Moment-rotation curves of roots with different dimensions

弯矩骤降。

如图 8(b)所示,与 60 mm 直径根类似,12 mm 直径根的弯矩-转角曲线整体上也均呈先升高后降低的趋势,且当长度大于 630 mm 时, $M_p$  基本不变。不同的是,对于长细比较大的根(长度为 1 168、630 mm),弯矩未出现急剧下降,这是因为在施加的转角范围内,根依旧呈拱形缓缓上移。

图 8(c)为 6 mm 直径根的弯矩-转角曲线,当长度从 40 mm 增加至 90 mm 时, $M_p$  从 0.11 N·m 提高到 0.58 N·m,弯矩-转角曲线均呈先上升后下降趋势。对于长度超过 150 mm 的根,当转角到达约 28° 后,弯矩保持不变,此时根达到屈服状态。

### 4.2 峰值弯矩

表 2 中工况的峰值弯矩值如图 9 所示。对于同直径的根, $M_p$  在一定范围内先随长度增加而增大,且增大的速率逐渐降低,当超过某临界值后, $M_p$  不再发生明显变化,这与图 8 所示工况的弯矩-转角曲线吻合。以直径 45 mm 的根为例,当长度从 150 mm 增加到 900 mm 时, $M_p$  提高 28 倍,从 2 N·m 提高到 56 N·m;当长度继续增加到 1 886 mm 时, $M_p$  只提高了 30%,变为 72 N·m;超过此长度后, $M_p$  不再变化。而随着根直径的增大, $M_p$  持续增加,不再存在使  $M_p$  趋于定值的直径临界值。以 900 mm 长度为例,60 mm 直径根的  $M_p$  为 69 N·m,2 mm 直径根的最大弯矩为 0.01 N·m。尽管直径相差 30 倍,但  $M_p$  相差约 6 900 倍。表明相较于细根,迎风区的横向粗根对树木倾覆承载力的贡献更显著,因此,在今后对复杂根系的模拟工作中,在成本受限的条件下,可以适当降低对迎风区横向根的模拟精度。

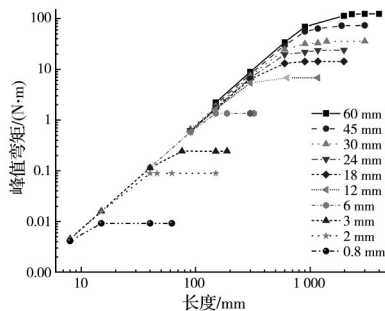


图 9 峰值弯矩与迎风区横向根尺寸的关系

Fig. 9 Relationship between peak bending moment and dimensions of windward lateral roots

### 4.3 弯矩-转角曲线

#### 4.3.1 总旋转刚度

将弯矩-转角曲线中  $0.5M_p$  处的割线斜率记为总旋转刚度  $K_r$ ,结果如图 10 所示。由图 10 可知, $K_r$  随根直径的增大而增大,60 mm 直径根的  $K_r$  达 30 N·m/(°),2 mm 直径根的  $K_r$  约 0.01 N·m/(°)。

结合图 8 可以发现,相同直径不同长度根的弯矩-转角曲线在初始阶段重合度很高,但随着长度的增加, $0.5M_p$  也相应提高,其对应的转角增大,而斜率随转角的增大呈降低趋势,故  $K_r$  随长度的增加而逐渐减小。且由于临界长度的存在, $K_r$  最终趋于某个定值。

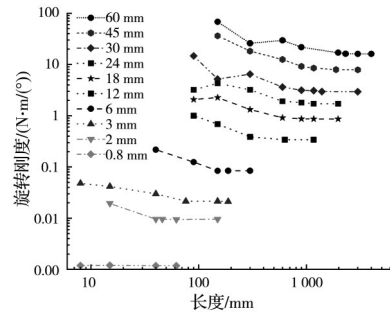


图 10 不同工况下的旋转刚度

Fig. 10 Rotational stiffness under different cases

#### 4.3.2 初始旋转刚度

在树木抗倾覆试验中,对于非破坏性试验,树木的加载一般控制在  $0.2^\circ$  倾覆角的范围内。因此,进一步探讨转角为  $0.2^\circ$  时对应的初始旋转刚度  $k_{0.2}$ ,结果如图 11 所示。与  $K_r$  类似, $k_{0.2}$  随根直径的增大而增大,但由于初始阶段的弯矩-转角曲线大致重合,故对于同一直径的根而言, $k_{0.2}$  大致保持不变。而对于长度过小的根, $k_{0.2}$  大幅降低,这是因为根-土相对刚度过大,弯矩在  $0.2^\circ$  前已达到最值, $0.2^\circ$  处的割线斜率为下降段的斜率。

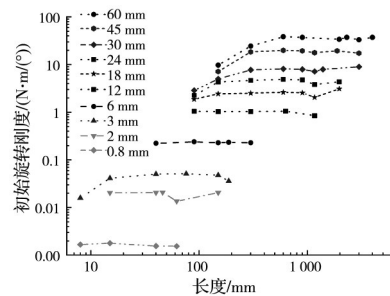


图 11 不同工况下的初始旋转刚度

Fig. 11 Initial rotational stiffness under different cases

### 4.4 迎风区横向单根的临界长度

对于同直径的横向单根, $M_p$  随长度的增加而增加,而到了某个临界值时  $M_p$  不再发生变化,记这个值为临界长度  $L_c$ 。也就是说,当弯矩到达  $M_p$  时,根长度超过  $L_c$  的部分对弯矩无贡献,即不发生位移。鉴于此,对于长度大于临界长度(即  $M_p$  确保不再改变)的根,在弯矩达到  $M_p$  时,反弯点(位移为零的点)与加载点的距离即为  $L_c$ 。表 3 为据此得到的不同直径根的临界长度,由表 3 可见,随着直径的增大,临界长度也不断增大,且对于直径超过 24 mm 的

根,在临界长度下,根在旋转中未出现屈服,其他工况下已形成塑性铰。

表 3 不同直径根的临界长度

直径/mm	临界长度/mm	是否屈服
60	2 315	否
45	1 886	否
30	1 393	否
24	1 168	否
18	900	是
12	630	是
6	188	是
3	76	是
2	46	是
0.8	15	是

图 12 为未屈服根的临界长度、直径和弹性模量之间的关系。由图 12 可以发现,  $L_c/d_r$  与  $E_r^{2/7}$  呈线性关系,在 24~60 mm 直径范围内可用式(7)进行拟合。

$$\frac{L_c}{d_r} = 7.85E_r^{2/7} \quad (7)$$

式(7)拟合结果的  $R^2=0.99$ 。在实际工程应用中,式(7)的适用范围可延伸至直径 12 mm 的根,即可近似认为对粗根适用。在对复杂根系的物理模拟与数值模拟中,可据此估算出临界长度,如因 3D 打印机尺寸或有限元计算时间成本导致根系模型尺寸受限,则可适当忽略迎风区横向单根超出临界长度的部分。

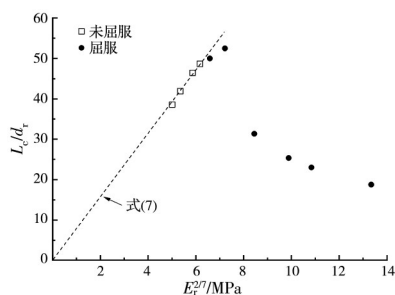


图 12 临界长度与根弹性模量的关系

Fig. 12 Relationship between critical length and Young's modulus of roots

## 5 结论

基于物理模型试验和有限元模拟,得到大位移下根单元的力-位移曲线。在此基础上,提出双线性软化假设,并结合 Winkler 地基梁法,对考虑大位移条件时水平荷载下树木迎风区横向单根响应进行研究,分析了根直径和长度对峰值弯矩和旋转刚度的影响。研究发现,峰值弯矩  $M_p$  随直径和长度的增加而增加,且对直径更敏感;与  $M_p$  对应的旋转

角  $\theta_p$  则随长度的增加而增加,但随直径的增加而减小。在旋转刚度方面,  $k_r$  和  $k_{0.2}$  都随直径的增加而增加,但  $k_r$  随长度的增加而减小,  $k_{0.2}$  基本保持不变。这些结论均基于横向单根的长度小于临界长度  $L_c$ ,而当长度超过  $L_c$  时,弯矩-转角曲线总体上不再发生改变。用根的直径、弹性模量对临界长度进行拟合,其结果能满足工程中对粗根临界长度的估算。

采用的方法规避了传统有限元模拟中对土体的网格划分,提高了计算效率,并实现了对迎风区横向单根大位移的捕捉。树木的抗倾覆性涉及整个根系与土的相互作用,机理复杂,但该方法为对整个根系结构的模拟奠定了基础。复杂根系结构可能具有不同的根直径、长度及形状。基于此,可将根系划分为多个单根,再把每一个单根离散为多个根单元分别建模,使用非线性连接器等效土体的约束,从而将整体转化为大量根单元的组合进行模拟。此外,针对砂土提出的双线性软化假设还需进一步验证和完善,以推广到更多的土体种类。

## 参考文献

- [1] 黄本才,汪丛军. 结构抗风分析原理及应用[M]. 2版. 上海: 同济大学出版社, 2008.  
Huang B C, Wang C J. Principle and application of wind resistance analysis of structures[M]. 2nd ed. Shanghai: Tongji University Press, 2008. (in Chinese)
- [2] 王会军,唐国利,陈海山,等. “一带一路”区域气候变化事实、影响及可能风险[J]. 大气科学学报, 2020, 43(1): 1-9.  
Wang H J, Tang G L, Chen H S, et al. The Belt and Road region climate change: facts, impacts and possible risks[J]. Transactions of Atmospheric Sciences, 2020, 43(1): 1-9. (in Chinese)
- [3] 李正农,李枫,陈斌,等. 树木风荷载与流场特性的风洞试验[J]. 林业科学, 2020, 56(8): 173-180.  
Li Z N, Li F, Chen B, et al. Wind tunnel test on wind load and flow field characteristics of trees[J]. Scientia Silvae Sinicae, 2020, 56(8): 173-180. (in Chinese)
- [4] Ruel J C. Factors influencing windthrow in balsam fir forests: from landscape studies to individual tree studies [J]. Forest Ecology and Management, 2000, 135(1/2/3): 169-178.
- [5] Sellier D, Fourcaud T. Crown structure and wood properties: influence on tree sway and response to high winds[J]. American Journal of Botany, 2009, 96(5): 885-896.
- [6] Défossez P, Veylon G, Yang M, et al. Impact of soil water content on the overturning resistance of young Pinus Pinaster in sandy soil[J]. Forest Ecology and Management, 2021, 480: 118614.

- [7] 傅胤榕, 仇文岗. 土体含水率与根系埋深对银杏树苗抗拉拔性能的影响[J]. 土木与环境工程学报(中英文), 2019, 41(5): 42-48.
- Fu Y R, Zhang W G. Effects of soil moisture content and root depth on anti-overturning performance of *Ginkgo biloba* seedlings[J]. Journal of Civil and Environmental Engineering, 2019, 41(5): 42-48. (in Chinese)
- [8] Zhang X, Knappett J A, Leung A K, et al. Small-scale modelling of root-soil interaction of trees under lateral loads[J]. Plant and Soil, 2020, 456(1): 289-305.
- [9] Kim Y, Rahardjo H, Tsen-Tieng D L. Stability analysis of laterally loaded trees based on tree-root-soil interaction [J]. Urban Forestry & Urban Greening, 2020, 49: 126639.
- [10] 徐华, 袁海莉, 王歆宇, 等. 根系形态和层次结构对根土复合体力学特性影响研究[J]. 岩土工程学报, 2022, 44(5): 926-935.
- Xu H, Yuan H L, Wang X Y, et al. Influences of morphology and hierarchy of roots on mechanical characteristics of root-soil composites[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2022, 44(5): 926-935. (in Chinese)
- [11] Zhu J, Kwan Leung A, Wang Y. A computationally-efficient finite-element model for solving root-soil mechanical interaction of complex root system architectures[J]. Computers and Geotechnics, 2024, 174: 106604.
- [12] Liang T, Knappett J A, Duckett N. Modelling the seismic performance of rooted slopes from individual root-soil interaction to global slope behaviour[J]. Géotechnique, 2015, 65(12): 995-1009.
- [13] Meijer G J, Muir Wood D, Knappett J A, et al. Analysis of coupled axial and lateral deformation of roots in soil [J]. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 2019, 43(3): 684-707.
- [14] Crook M J, Ennos A R. The anchorage mechanics of deep rooted larch, *Larix Europea* × *L. Japonica*[J]. Journal of Experimental Botany, 1996, 47(10): 1509-1517.
- [15] Zhang X Y, Knappett J A, Leung A K, et al. Centrifuge modelling of root-soil interaction of laterally loaded trees under different loading conditions[J]. Géotechnique, 2023, 73(9): 766-780.
- [16] Al-Defae A H, Caucis K, Knappett J A. Aftershocks and the whole-life seismic performance of granular slopes [J]. Géotechnique, 2013, 63(14): 1230-1244.
- [17] Zhang X, Knappett J A, Ciantia M O, et al. Root size effects on transverse root-soil interactions[J]. Computers and Geotechnics, 2024, 165: 105860.
- [18] Harnas F R, Rahardjo H, Leong E C, et al. Stability of containerized urban street trees[J]. Landscape and Ecological Engineering, 2016, 12(1): 13-24.
- [19] Danjon F, Reubens B. Assessing and analyzing 3D architecture of woody root systems, a review of methods and applications in tree and soil stability, resource acquisition and allocation[J]. Plant and Soil, 2008, 303(1): 1-34.
- [20] Bolton M D. The strength and dilatancy of sands[J]. Géotechnique, 1986, 36(1): 65-78.
- [21] Chakraborty T, Salgado R. Dilatancy and shear strength of sand at low confining pressures[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2010, 136(3): 527-532.
- [22] White D J, Cheuk C Y, Bolton M D. The uplift resistance of pipes and plate anchors buried in sand[J]. Géotechnique, 2008, 58(10): 771-779.
- [23] Mao Z, Saint-André L, Genet M, et al. Engineering ecological protection against landslides in diverse mountain forests: Choosing cohesion models[J]. Ecological Engineering, 2012, 45: 55-69.
- [24] Schwarz M, Lehmann P, Or D. Quantifying lateral root reinforcement in steep slopes-from a bundle of roots to tree stands[J]. Earth Surface Processes and Landforms, 2010, 35(3): 354-367.

(编辑 胡英奎)