



考虑颗粒破碎的土石混合体孔隙曲折度 计算模型

曾铃¹, 蔡焱¹, 张红日², 文伟¹, 唐静¹, 熊剑平², 宋建平², 陈镜丞³, 王文光⁴,
李侑军², 龙童博¹, 徐子航¹, 李林乐¹

(1. 长沙理工大学土木与环境工程学院, 长沙 410114; 2. 广西交通集团有限公司, 南宁 530007;
3. 中国建筑第五工程局有限公司, 长沙 410004; 4. 广西南宁二环高速公路有限公司, 南宁 530005)

摘要: 孔隙曲折度反映了流体在土体内流动路径的复杂程度, 是研究土体渗透性能的重要参数。但现有的孔隙曲折度模型大多为通用模型, 难以用于土石混合体这类具有粒径跨度大、孔隙结构复杂等显著特征的土体。为探究适用于土石混合体并能考虑颗粒破碎导致的级配变化对孔隙曲折度影响的计算模型, 将土颗粒假设为尺寸不一的圆形, 运用对数正态分布函数表征不同颗粒级配, 以阻碍角和各向异性参数来描述颗粒排布结构, 基于流体在土石混合体中的层流流动, 建立了多因素影响下的孔隙曲折度计算模型, 并基于编程软件与数值模拟方法对不同级配与初始孔隙率的土石混合体进行渗流模拟, 理论计算值与数值模拟值的相对误差均在2%以内, 证明了计算模型的合理性。模型影响因素分析结果表明: 颗粒级配变化会显著影响孔隙曲折度, 孔隙曲折度会随着粗颗粒含量的增大而减小, 且大粒径颗粒的缺失亦会显著降低孔隙曲折度; 孔隙曲折度随着阻碍角和各向异性参数的增大而增大; 孔隙率与其余影响因素间呈显著的负交互作用, 当孔隙率较大时, 孔隙曲折度均趋近于1, 此时孔隙率对曲折度起主导作用。各因素对土石混合体内孔隙曲折度的影响程度依次为颗粒级配(质量分形维数) > 各向异性参数 > 孔隙率 > 阻碍角, 其中质量分形维数与各向异性参数的灰关联值均大于0.95, 表现出强相关性。

关键词: 土石混合体; 孔隙曲折度; 颗粒破碎; 渗透特性

中图分类号: TU375.4 **文献标志码:** A **文章编号:** 2096-6717(XXXX)XX-0001-12

收稿日期: 2025-01-26

基金项目: 国家自然科学基金(52378440、42477143、42207204); 交通运输行业重点科技项目(2022-MS1-032、2022-MS5-125); 湖南省自然科学基金(2023JJ10045、2023JJ40023); 广西重点研发计划(AB23075184); 长沙理工大学专业学位研究生“实践创新与创业能力提升计划”资助项目(CLSJCX23023)

作者简介: 曾铃(1986-), 男, 教授, 博士后, 博士生导师, 主要从事软岩边坡防控减灾、特殊土路基处理研究, E-mail: zl001@csust.edu.cn。

文伟(通信作者), 男, 博士, E-mail: wwen@csust.edu.cn。

Received: 2025-01-26

Foundation items: National Natural Science Foundation of China (Nos. 52378440, 42477143, 42207204); Key Science and Technology Program in the Transportation Industry (Nos. 2022-MS1-032, 2022-MS5-125); Natural Science Foundation of Hunan Province (Nos. 2023JJ10045, 2023JJ40023); Guangxi Key Research and Development Program (No. AB23075184); Graduate Research Innovation of Changsha University of Science & Technology (No. CLSJCX23023)

Author brief: ZENG Ling (1986-), professor, postdoctor, doctoral supervisor, main research interest: soft rock slope prevention and control disaster reduction, special soil subgrade treatment, E-mail: zl001@csust.edu.cn.

WEN Wei (corresponding author), PhD, E-mail: wwen@csust.edu.cn.

Pore tortuosity calculation model of soil-rock mixture considering particle breakage

ZENG Ling¹, QI Yan¹, ZHANG Hongri², WEN Wei¹, TANG Jing¹, XIONG Jianping²,
SONG Jianping², CHEN Jingcheng³, WANG Wenguang⁴, LI Youjun², LONG Tongbo¹,
XU Zihang¹, LI Linle¹

(1. School of Civil and Environmental Engineering, Changsha University of Science and Technology, Changsha 410114, P. R. China; 2. Guangxi Transportation Science and Technology Group Co., Ltd., Nanning 530007, P. R. China; 3. China Construction Fifth Engineering Bureau Co., Ltd., Changsha 410004, P. R. China; 4. Guangxi Nanning Second Ring Expressway Co., Ltd., Nanning 530005, P. R. China)

Abstract: Pore tortuosity represents the complexity of fluid flow paths in soil and is a key parameter for analyzing soil infiltration properties. However, most existing pore tortuosity models are general-purpose, making them less suitable for soil-rock mixtures, which exhibit distinct characteristics such as a wide grain size distribution and complex pore structure. To develop a computational model for soil-rock mixtures that accounts for the effects of coarse particle crushing on pore tortuosity, soil particles were assumed to be circular with varying sizes. And a lognormal distribution function was used to represent soil gradation in different cases, while obstruction angle and anisotropy parameter were introduced to characterize the particle dispersion pattern. A pore tortuosity calculation model influenced by multiple factors was finally developed based on the laminar flow of fluids in soil-rock mixtures. Using programming software and numerical simulation methods, seepage simulations were performed on soil-rock mixtures with varying soil gradation and initial porosity. The relative error between the theoretical and simulation results was within 2%, demonstrating the validity of the proposed model. The analysis of the model influencing factors indicated that changes in particle gradation significantly affect pore tortuosity. Pore tortuosity decreased as coarse particle content increased, and the absence of macroparticles further reduced pore tortuosity. As the obstruction angle and anisotropy parameters increased, the pore tortuosity also increased. A significant negative interaction was observed between porosity and the other factors. When porosity is high, pore tortuosity converges to 1, indicating that porosity becomes the dominant factor affecting pore tortuosity. Among the above four influencing factors, the degree of influence on pore tortuosity in the soil-rock mixture followed the order: particle gradation (mass fractal dimension) > anisotropy parameter > porosity > obstruction angle. The grey correlation values of the mass fractal dimension and anisotropy parameter exceeded 0.95, indicating a strong correlation.

Keywords: soil and rock mixture; pore tortuosity; particle breakage; permeability

土石混合体是一种由大尺寸岩块与细颗粒土体填充而成的特殊多孔介质。其内部颗粒呈随机分布并相互搭接,从而形成了曲折且复杂的多孔介质孔隙结构,使得土石混合体的渗水、传热等物理特性变化错综复杂。为揭示微观孔隙结构对土体宏观性能的作用机制,Carman^[1]引入了一个无量纲参数——孔隙曲折度 τ ,用以表征流体在多孔介质中传输路径的复杂性,并给定义 $\tau=L_i/L$,其中 L_i 为流体在孔隙中实际所流经的路线长度, L 为流体在孔隙中所流经的直线距离。

学者们早期研究发现孔隙曲折度与土体孔隙率间存在着相关性,并由此提出了众多孔隙率与孔隙曲折度间的数学表达式。Pisani^[2]通过假设多孔

介质由一系列具有特定形状和尺寸的颗粒组成,通过简单的几何分析,得到了与孔隙率和形状参数相关的曲折度表达式;Koponen等^[3]运用格子气元胞自动机(Lattice-Gas Cellular Automaton)方法,随机生成由可重叠的矩形颗粒组成的二维多孔材料,通过多次数值模拟发现,曲折度与孔隙率间存在着明显的相关性,并给出了相应的曲折度计算表达式;Khabbazi等^[4]使用格子玻尔兹曼方法(LBM)对二维多孔介质进行流体模拟,计算了不同孔隙率和颗粒长宽比下的孔隙曲折度,得到了包括两个拟合参数的曲折度模型。上述模型尽管能反映土体自身性质对于孔隙曲折度的影响,且在一定程度上与试验测试结果保持较好的一致性,但其所考虑的影响因

素较为单一,往往忽略了土体颗粒级配与颗粒排布结构等因素对孔隙曲折度的影响。事实上,土体内的孔隙结构十分复杂,即便是在同一孔隙率下,不同的颗粒尺寸与排列结构也会对孔隙曲折度产生显著影响,特别是在土石混合体中,因其粒径跨度大,不均匀程度高,内部孔隙结构更为复杂,这种影响就更加不可忽视。为此,颜瀚等^[5]与 Gan 等^[6]分别将土体颗粒假设为正方形与圆形,提出了可考虑孔隙度和颗粒排列的二维土壤几何曲折度模型。但其均假设土体均由等粒径的颗粒所组成,忽视了颗粒粒径的不均匀性对孔隙曲折度的影响,从而限制了其在土石混合体这类颗粒粒径跨度较大的土体中的应用。而黎章等^[7]通过改变粒径尺寸,构建了可考虑土体颗粒级配的几何迂曲度模型,但其在模型中仅运用特征粒径的比值变化来表征不同的颗粒级配,亦无法准确全面的描述级配变化对孔隙曲折度的影响。

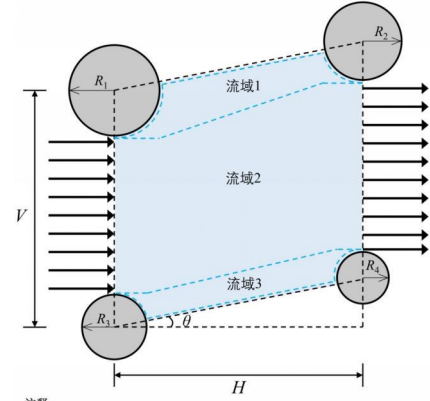
由土石混合体填筑的土工结构物在边坡、路基、水利工程等领域有着广泛的应用,因其包含有不同粒径的粗细颗粒,呈现出复杂的颗粒级配特性。在一些含有强风化岩石或软岩的土石混合体中,其内部的粗颗粒在外界干湿循环、荷载等作用下易发生破碎崩解^[8]。由于本身离散性及块石滚动速率差异,土石混合体的级配有时会出明显的间断特征^[9],从而更容易发生土颗粒的流失运移。上述因素均会使土体内部的颗粒级配发生变化,并最终影响内部孔隙曲折度。笔者在黎章等^[7]建立的几何模型的基础上,综合考虑孔隙率、颗粒排列方式以及因颗粒破碎、缺失导致的级配变化的影响,运用对数正态分布函数来表征不同土体的颗粒级配曲线,构建新的孔隙曲折度计算模型,并基于数值模拟软件对该模型进行了验证,运用灰关联分析方法对模型的影响因素进行了相关性分析。

1 考虑颗粒破碎的孔隙曲折度计算模型

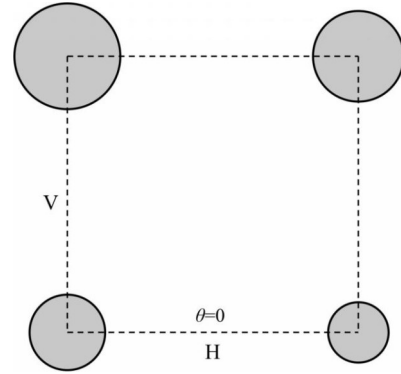
为简化孔隙曲折度计算模型推导过程,进行如下假设:1)土体颗粒为无限刚度的固定圆球,即在渗流过程中不会发生变形与位移;2)流体为不可压缩的牛顿流体,且流体始终处于层流流动状态。

根据上述假设,建立的曲折度计算单元如图 1(a)所示。将计算单元中的渗流域划分为 3 个区域,设 V 为相邻颗粒中心间的竖向长度, H 为水平长度,计算单元由 4 个呈比例变化的圆形颗粒构成,其半径分别为 R_1, R_2, R_3, R_4 ,且满足关系式 $R_i = k_j R_1 (i=2, 3, 4, j=i-1)$ 。定义各向异性参数 $m = V/H$,定义第 3 个颗粒的水平夹角为阻碍角 θ ,其取值范围为

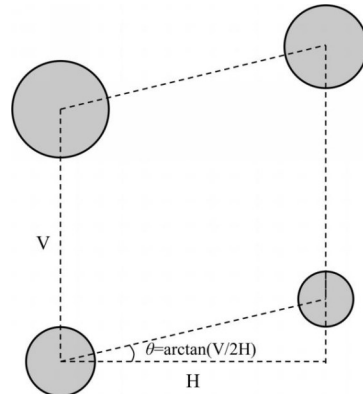
$0 \sim \arctan(V/2H)$,当 $\theta=0$ 时记为下限排列,当 $\theta = \arctan(V/2H)$ 时记为上限排列,如图 1(b)、(c)所示。参数 m 与 θ 共同确定了计算模型中的颗粒排列位置。孔隙曲折度计算模型推导过程如下所示。



(a) 计算单元



(b) 下限排列



(c) 上限排列

图 1 孔隙曲折度计算单元示意图

Fig.1 Schematic diagram of the pore tortuosity calculation unit

总孔隙面积

$$S = HV - \frac{\pi R_1^2}{4} (1 + k_1^2 + k_2^2 + k_3^2) - \frac{\pi \theta}{360^\circ} (1 - k_1^2 - k_2^2 + k_3^2) R_1^2 \quad (1)$$

孔隙率

$$n = \frac{S}{HV} \quad (2)$$

将式(2)代入式(3)化简可得

$$\frac{R_1}{H} = \sqrt{\frac{4(1-n)m}{\pi(1+k_1^2+k_2^2+k_3^2) - \frac{\pi\theta}{90^\circ}(1-k_1^2-k_2^2+k_3^2)}} \quad (3)$$

流域1所占面积 S_1 与等效长度 $\bar{L}_1$ 为

$$\bar{L}_1 = \frac{(1+k_1+k_2+k_3)R_1}{2} + 0.5 \times \sqrt{(H-(1+k_1)R_1)^2 + (H \tan \theta + (1-k_1)R_1)^2} + 0.5 \times \sqrt{(H-(k_2+k_3)R_1)^2 + (H \tan \theta + (k_3-k_2)R_1)^2} \quad (7)$$

流域3所占面积 S_3 和等效长度 $\bar{L}_3$ 为

$$S_3 = \frac{k_3+k_2+(k_3-k_2)\tan\theta}{2} R_1 H - \left(\frac{2-\pi}{4} (k_3^2+k_2^2) + \frac{\pi\theta}{360^\circ} (k_2^2-k_3^2) - k_2 k_3 \right) R_1^2 \quad (8)$$

$$\bar{L}_3 = \frac{\pi}{4} (k_2+k_3) R_1 + \frac{\pi\theta}{360^\circ} (k_3-k_2) R_1 + \frac{H}{2\cos\theta} + 0.5 \times \sqrt{(H-(k_2+k_3)R_1)^2 + (H \tan \theta + (k_3-k_2)R_1)^2} \quad (9)$$

联立式(1)~式(9),则以不同流域面积比修正的等效渗流长度可表示为

$$l = \frac{S_1 \bar{L}_1 + S_2 \bar{L}_2 + S_3 \bar{L}_3}{S} \quad (10)$$

则最终计算得到孔隙曲折度为

$$\tau = \frac{l}{H} \quad (11)$$

2 数值模拟验证

2.1 构建数值模型

随机构建不同级配与孔隙率的土石混合体几何模型,并依托有限元分析软件中的Creeping Flow模块来模拟水分在不同粗颗粒含量下土石混合体中的渗流情况。模型详细构建过程如下:

1)通过编程软件设置随机种子,依据图2所示的不同土体级配与物理参数设定模型的基本参数,主要包括模型边长 L_x 、 L_y ,土体孔隙率 n ,各粒组的质量含量 P_i ,各粒组的粒径范围 $r_i \sim r_{i+1}$ 。

2)生成边长为 $L_x \times L_y$ 的渗流边界,为后续颗粒的生成划定边界条件。

3)根据设定的孔隙率 n 与各粒组的质量含量 P_i 通过随机投放法^[10]在渗流边界内随机生成圆形颗粒,并通过式(12)和式(13)所示的判断条件进行位置判定,使得生成的圆形颗粒既不超出渗流边界且各颗粒之间亦不发生重叠。

$$S_1 = \frac{1+k_1+(1-k_1)\tan\theta}{2} R_1 H - \left(\frac{2-\pi}{4} (1+k_1^2) + \frac{\pi\theta}{360^\circ} (k_1^2-1) - k_1 \right) R_1^2 \quad (4)$$

$$\bar{L}_1 = \frac{\pi}{4} (1+k_1) R_1 + \frac{\pi\theta}{360^\circ} (1-k_1) R_1 + \frac{H}{2\cos\theta} + 0.5 \times \sqrt{(H-(1+k_1)R_1)^2 + (H \tan \theta + (1-k_1)R_1)^2} \quad (5)$$

流域2所占面积 S_2 和等效长度 $\bar{L}_2$ 为

$$S_2 = S - S_1 - S_3 \quad (6)$$

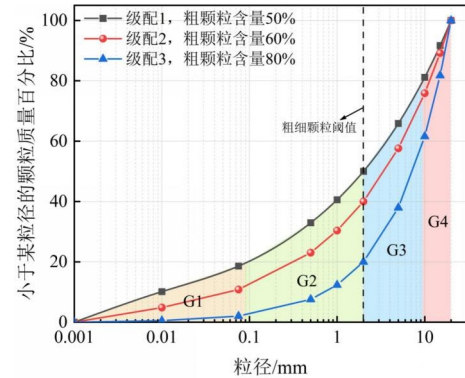


图2 不同粗颗粒含量下的土石混合体颗粒级配曲线

Fig.2 Particle grading curves of soil-rock mixtures with different coarse particle contents

$$\begin{cases} x_i - r_i > 0 \\ y_i - r_i > 0 \\ x_i + r_i < L_x \\ y_i + r_i < L_y \end{cases} \quad (12)$$

$$D_i = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2} > r_i + r_j \quad (13)$$

式中: x, y 为颗粒的圆心坐标; r 为颗粒半径; i 表示当前生成的颗粒序号, $j=(1, \dots, i-1)$ 。

4)当区域内孔隙被填充至预设孔隙率时,循环终止,输出几何模型至数值模拟软件。

5)在数值模拟软件中对生成的几何模型进行网格划分。网格类型选择“自由三角形网格”,采用物理场控制自动划分网格,并根据网格偏度进行网

格质量检查(图3),以确保网格划分质量满足模拟要求。最终生成的几何模型如图4所示。

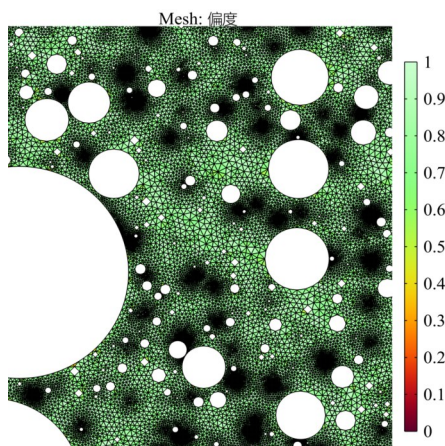


图3 网格划分偏度

Fig.3 Mesh division skewness

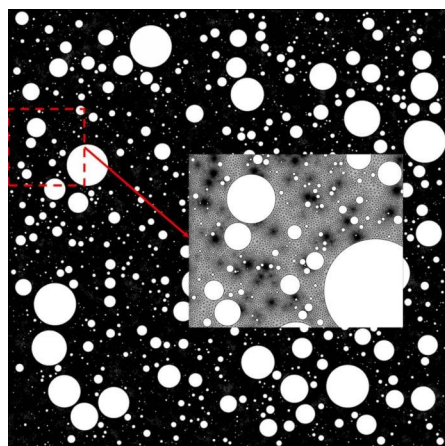


图4 模拟几何模型

Fig.4 Simulation Geometry Model

2.2 孔隙曲折度模型验证

通过有限元分析软件对生成的土石混合体模型进行渗流模拟:设定模型左侧为流体入口,右侧为流体出口,两侧压力差为10Pa,上下边界设定为对称边界,以限制水分的流出,颗粒边界为无滑移边界^[7]。因模型中流速较低且假设流体不可压缩并忽略重力作用,故可采用式(14)和式(15)所示的简化纳维-斯托克斯方程求解模型,采用稳态研究,使用广义最小残差法(GMERS)进行迭代计算,设定相对容差为 10^{-4} ,以保证计算结果的可靠性。

$$-\nabla p + \nabla \mu (\nabla u + (\nabla u)^T) = 0 \tag{14}$$

$$\rho \nabla u = 0 \tag{15}$$

式中: ρ 为流体密度, kg/m^3 ; μ 为流体动力黏度, $\text{Pa}\cdot\text{s}$; u 为流体速度, m/s ; p 为流体压力, Pa 。

在进行渗流模拟时,需逐渐增大网格划分密度,减小单元网格尺寸,当相邻两次网格细化后渗流速度的变化幅度小于2%时,即认为此时网格划分精度已经对计算结果不具有显著影响,即保证了

网格划分与模拟结果间的无关性^[11]。通过多次试算,最终采用的网格尺寸范围为0.4~5 mm,网格总数约为130万。

基于达西定律可知,土体的渗透系数计算式为

$$k = \frac{QL}{A\Delta p} \tag{16}$$

式中: Q 为面积流量, m^3/s ; L 为渗流通道长度, m ; A 为断面面积, m^2 ; Δp 为出入水口压力差, Pa 。

将数值模拟计算所得稳定流量及压力差等参数代入式(16),即可得到不同工况下的渗透系数模拟值,将其与常水头渗透试验所得的渗透系数实测值进行对比(见图5),结果表明,二者具有很好的一致性,证明构建的渗流数值模型可较好地模拟土石混合体的内部渗流情况。

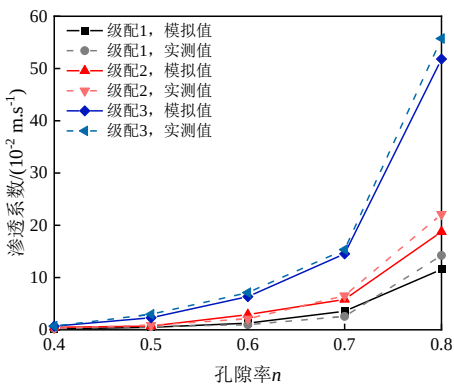


图5 渗透系数模拟值与实测值对比

Fig.5 Comparison of simulated and measured permeability coefficient values

最终模拟所得在不同工况下各土石混合体的渗流速度场云图如图6所示,表1展示了各工况下中间截面($y=100\text{ mm}$)处的渗流速度统计值。由结果可知,在相同的压力梯度及孔隙率条件下,粗颗粒含量较多时,土体内孔隙尺寸较大,此时存在着明显的优势渗流通道,流场截面平均流速与渗透系数较大。随着粗颗粒含量的减少,渗流孔隙数量增多,而孔隙孔径减小,截面平均流速减小至 $3.0\times 10^{-3}\text{ m}/\text{s}$,且截面流速方差逐渐减小,表明粗颗粒含量的降低会使得渗流速度场分布趋于均匀,优势渗

表1 各渗流模型中间截面处流速统计值

Table 1 Flow velocity at the middle section for each seepage models

编号	最大流速/(m/s)	平均值/(m/s)	方差/(m ² /s ²)
a	0.150	3.7×10^{-2}	8.2×10^{-4}
b	0.029	7.1×10^{-3}	3.0×10^{-5}
c	0.012	3.0×10^{-3}	7.2×10^{-6}
d	0.029	7.1×10^{-3}	3.0×10^{-5}
e	0.014	2.8×10^{-3}	5.9×10^{-6}
f	0.006	1.3×10^{-3}	1.1×10^{-6}

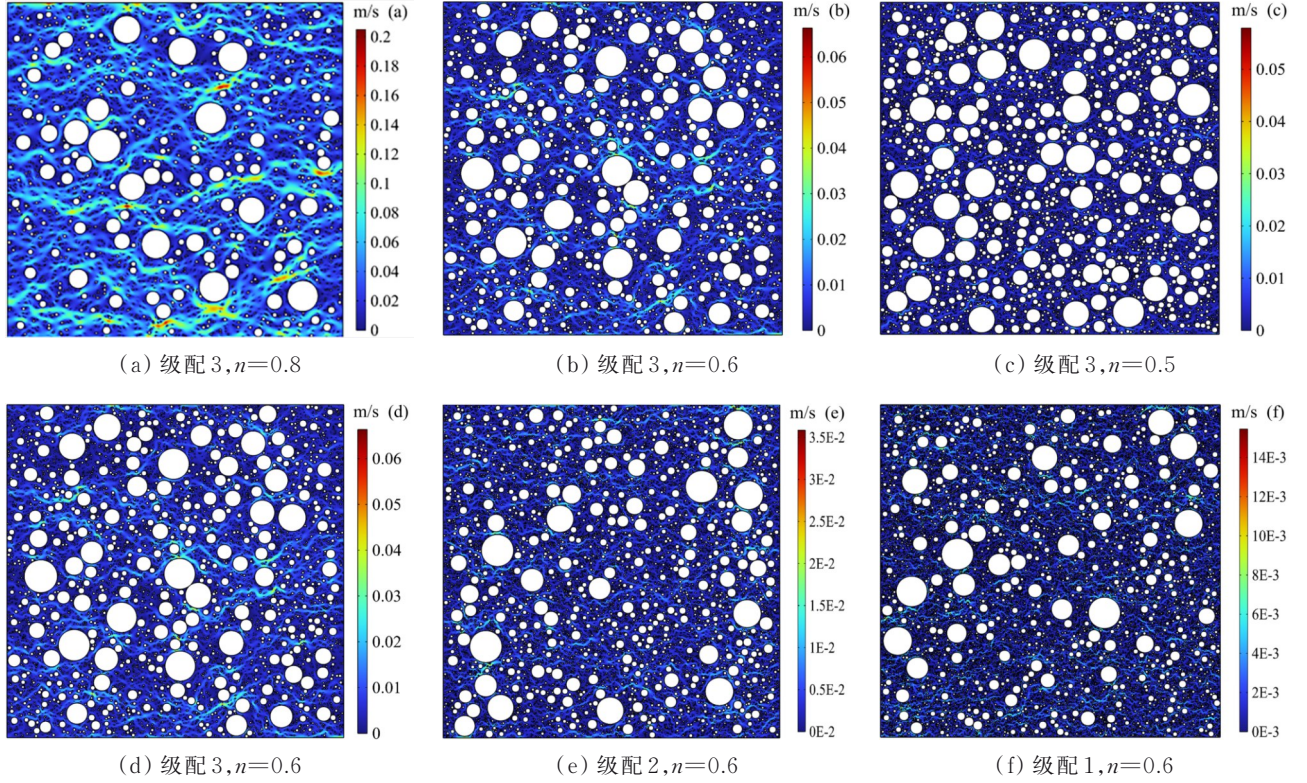


图6 不同级配与孔隙率下的土石混合体渗流速度场

Fig.6 Seepage velocity field of soil-rock mixtures with different soil gradation and porosity

流通道逐渐消失。而当级配一定时,较大的孔隙率会导致土体内部结构松散,大孔隙通道数量增多,流场平均流速与渗透系数显著增大,不同位置处的流速差异更为显著。

为了更有效地定量描述土石混合体中的粗颗

粒崩解破碎与颗粒流失所导致的级配变化,基于归一化后的对数正态概率密度函数及其累计分布函数式(17)和式(18)对不同粗颗粒含量下的土石混合体颗粒级配曲线进行拟合。

$$f_n(d) = \begin{cases} \frac{f(d)}{C} = \frac{1}{C} \cdot \frac{1}{d\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(\ln d - \mu)^2}{2\sigma^2}\right), & 0 < d < d_{\max} \\ 0, & d > d_{\max} \end{cases} \quad (17)$$

$$F_n(d) = \begin{cases} \frac{F(d)}{F(d_{\max})} = \frac{0.5 \cdot \left[1 + \operatorname{erf}\left(\frac{\ln(d) - \mu}{\sqrt{2}\sigma}\right)\right]}{0.5 \cdot \left[1 + \operatorname{erf}\left(\frac{\ln(d_{\max}) - \mu}{\sqrt{2}\sigma}\right)\right]}, & 0 < d < d_{\max} \\ 1, & d > d_{\max} \end{cases} \quad (18)$$

式中: C 为归一系数, $C = \int_0^{d_{\max}} f(x)dx$, $\operatorname{erf}(x)$ 为误差函数, d 为颗粒直径, μ 、 σ 为拟合参数, $d_{\max}$ 为最大粒径。

最终拟合结果如图7所示,结果表明该概率累积分布函数可以有效地描述3条颗粒级配曲线,其拟合系数 R^2 均大于0.98。

丁瑜等^[12]研究表明,粒径 d_{50} 为控制粒径,粒径 d_{20} 、 d_{80} 为高敏感度粒径,对粗粒土渗透系数的影响较为显著。故最终选择 d_{20} 、 d_{50} 、 d_{80} 为界限粒径,将颗粒级配曲线划分为 $0 \sim d_{20}$ 、 $d_{20} \sim d_{50}$ 、 $d_{50} \sim d_{80}$ 、

$d_{80} \sim d_{\max}$ 四部分,则各粒组所对应的分布概率分别为

$$\begin{aligned} P_1 &= \int_0^{d_{20}} f_n(x)dx \\ P_2 &= \int_{d_{20}}^{d_{50}} f_n(x)dx \\ P_3 &= \int_{d_{50}}^{d_{80}} f_n(x)dx \\ P_4 &= \int_{d_{80}}^{d_{\max}} f_n(x)dx \end{aligned} \quad (19)$$

则根据各粒组的分布概率与颗粒尺寸,计算得

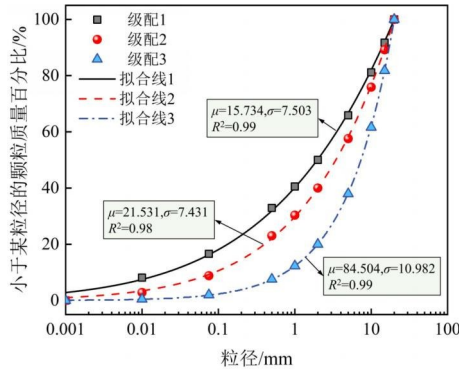


图7 不同级配土体的拟合级配曲线

Fig.7 Fitted soil grading curves for different graded soils

到各粒组的等效半径为

$$r_i = \sqrt{\frac{P_i \cdot S_i}{\pi}}, i = 1, 2, 3, 4 \quad (20)$$

式中: $S_i = \frac{1}{4} \pi d_{i, \text{avg}}^2$, $d_{i, \text{avg}}$ 为各粒组粒径的几何平均值。则计算模型中各粒径比例参数 k_i 可按式(21)求解

$$\begin{aligned} k_1 &= \frac{r_1}{r_3} \\ k_2 &= \frac{r_2}{r_3} \\ k_3 &= \frac{r_4}{r_3} \end{aligned} \quad (21)$$

由级配曲线按式(19)~式(21)求解比例参数,求得各级配土石混合体的比例参数 k_i 如表2所示。

表2 不同级配土体的比例参数

Table 2 Proportioning parameters for different graded soils

级配	k_1	k_2	k_3
级配1	0.006 3	0.111 8	2.477 8
级配2	0.007 7	0.188 2	1.833 2
级配3	0.010 9	0.371 6	1.282 1

通过对不同级配情况及孔隙率的土石混合体进行渗流模拟,将每条流线数据导出,并运用编程软件计算得出土体的平均孔隙曲折度。将表2中的各比例参数代入式(11)中,得到不同土体内部孔隙曲折度的理论值。最终得到理论计算结果与数值模拟结果见图8,理论计算与数值模拟结果的相对误差均处于2%以内,证明提出的孔隙曲折度计算模型具有一定的合理性。

3 影响因素分析

由分析过程可知,土体颗粒级配、各向异性参数 m 、阻碍角 θ 、孔隙率 n 共同影响了土石混合体中颗粒的排布情况,进而导致孔隙曲折度产生了显著

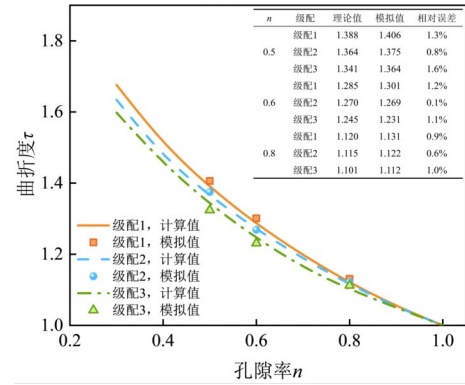


图8 各级配土体孔隙曲折度理论计算值与数值模拟值

Fig.8 Theoretically calculated and simulated values of pore tortuosity for different graded soils

的变化,影响了土石混合体的渗流性能。

3.1 颗粒级配对孔隙曲折度的影响

目前对土体级配的评价主要通过不均匀系数 C_u 、曲率系数 C_c 等技术指标,尽管它们能反映土体的级配性质,但在同一不均匀系数和曲率系数下,各粒组含量有时仍会存在差异。已有学者研究表明:土石混合体在颗粒破碎时会表现出一定的分形特征^[13],相比不均匀系数和曲率系数的不确定性,质量分形维数 D 能定量、准确描述填料的级配特征^[14]。基于颗粒级配的分形公式为

$$P(d_i) = \frac{M_i}{M_T} = \left(\frac{d_i}{d_{\max}} \right)^{3-D} \quad (22)$$

对式(22)两边取对数,有:

$$\ln M = (3 - D) \cdot \ln d + C \quad (23)$$

式中: M_i 为粒径小于 d_i 的颗粒质量; M_T 为土体总质量; $d_{\max}$ 为颗粒最大粒径, D 为质量分形维数,直线斜率 $k = 3 - D$, 则质量分形维数 $D = 3 - k$ 。

根据式(23)计算得到各级配曲线的质量分形维数 D 如表3所示。

表3 不同级配土体所对应的质量分形维数

Table 3 Mass fractal dimensions for different graded soils

级配	质量分形维数 D
级配1	2.67
级配2	2.54
级配3	2.30

由图2及表3可知,随着质量分形维数 D 的增大,土体中粒径大于2 mm的粗颗粒占比显著降低,表明分形维数亦可以有效体现土体级配的变化。较小的分形维数表示粗细粒级分布比较均匀,细颗粒占比相对较小,颗粒接近均匀分布;而随着粗颗粒的崩解破碎,质量分形维数逐渐增大,意味着颗粒分布更加复杂,细颗粒的比例相对较高,土体级配变化显著。

由图8可见,当孔隙率较大时,土体颗粒级配对孔隙曲折度的影响较小,此时孔隙率对孔隙曲折度的变化起主导作用。随着孔隙率的减小,不同级配土体孔隙曲折度的差异逐渐明显,这是因为在较小的孔隙率下,土体内部渗流孔隙尺寸较小,此时颗粒尺寸的变化对孔隙结构的影响更为显著。另外需要指出的是,模型中颗粒的实际尺寸并不是影响曲折度的关键因素,真正影响孔隙曲折度的为颗粒的相对尺寸,即粒径比例参数 k_j 的变化。图9展示了孔隙率一定时,不同质量分形维数下粒径比例参数 k_j 与曲折度 τ 的变化情况。随着土体中粗颗粒含量的减少,质量分形维数增大,比例参数 k_1 、 k_2 随之减小、 k_3 显著增大,且每组比例参数的方差逐渐增大,这表明粗颗粒的崩解破碎显著增大了土体中颗粒相对粒径的不均匀性,在孔隙率保持不变的情况下,更多细颗粒对大孔隙的不断填充提升了土体内部渗流通道的弯曲程度,导致了孔隙曲折度的提升。

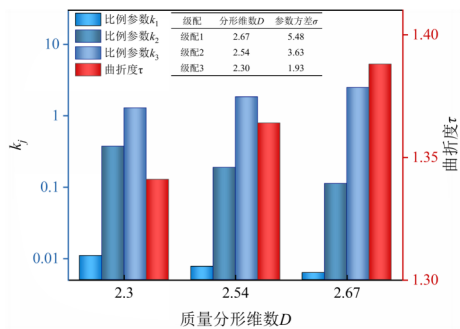
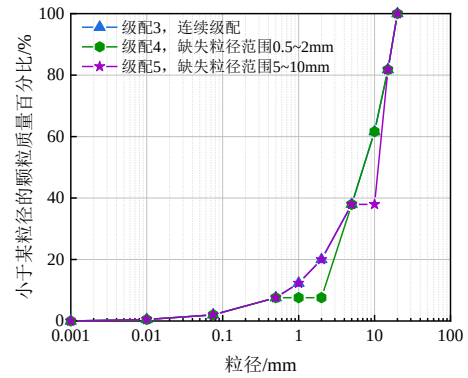


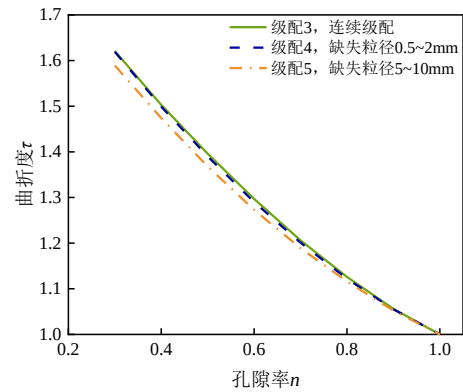
图9 不同质量分形维数下的比例参数与孔隙曲折度

Fig.9 Scale parameters and pore tortuosity at different mass fractal dimension

另外,如前所述,在土石混合料中有时会出现部分粒径的缺失,即呈现间断级配的情况,图10即展示了当土石混合体为间断级配时,不同粒径的缺失对孔隙曲折度的影响。由图10可知,部分粒组的缺失会导致土体的级配不良,使得颗粒对于孔隙的填充不足,但不同尺寸粒径的缺失对于土体的影响有着显著区别。对于缺失小粒径的土体(级配4),其孔隙曲折度变化很小,这是因为小粒径颗粒并不参与土体骨架的构成,对孔隙通道的形成影响较小,故虽然有部分粒径存在缺少,其对内部颗粒相对粒径的影响程度较低,因此,使孔隙曲折度变化较小;而当缺失的粒组粒径较大时(级配5),构成土体骨架的块石尺寸更为单一,在土体内部易形成更多悬空搭接的大孔隙,整体孔隙填充程度降低,导致实际渗流路径变短,最终使得土石混合体内孔隙曲折度显著降低,此时更易发生渗透侵蚀破坏。



(a) 间断级配土体颗粒级配曲线



(b) 间断级配土体孔隙曲折度

图10 不同间断级配土体的级配曲线与孔隙曲折度

Fig.10 Grading curves and pore tortuosity of different interrupted graded soils

3.2 各向异性参数 m 对孔隙曲折度的影响

前文假设水流从水平方向流入计算单元,但由于土体具有各向异性,水流从不同方向入渗时所对应的孔隙曲折度不同,在宏观上表现为即便是相同的土样在不同方向上的渗透性能也仍有较大差别。通过改变各向异性参数 m 可以描述土体的各向异性,当 $m=1$ 时,表明此时颗粒排列呈各向同性。图11为了在不同孔隙率条件下孔隙曲折度随各向异性参数 m 的变化情况。当孔隙率一定时,孔隙曲折度随着各向异性参数 m 的增大而逐渐增长,并且孔

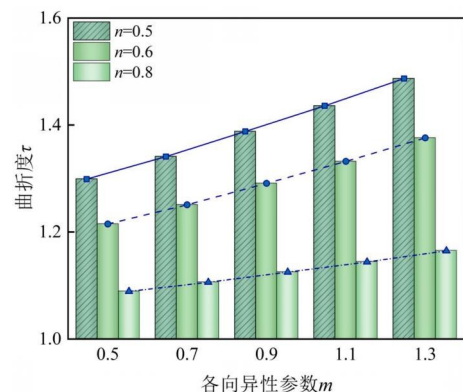


图11 各向异性参数对孔隙曲折度的影响

Fig.11 Effect of anisotropy parameter on pore tortuosity

隙率越小,各向异性参数对于孔隙曲折度的影响也愈发显著。Gan等^[6]同样得到了类似的结论。

对于土石混合体这种特殊土体而言,因其往往由人工填筑压实而成,具有明显的成层性特征^[15],从而增强了内部孔隙的各向异性,因此,在对其进行渗透性能分析时,应分别考虑不同渗透方向孔隙曲折度的差异,以提高计算的准确性。根据相关研究和实际工程经验,土体中水平方向与竖直方向的孔隙直径差异大约为1.2~1.5倍^[16],故进行水平和竖直方向的渗流分析时,各向异性参数 m 的取值范围应分别为1.2~1.5和0.6~0.8,且压实度越高的土体,其各向异性系数越大。

3.3 阻碍角 θ 对孔隙曲折度的影响

当其余参数一定时,阻碍角 θ 的改变亦会影响颗粒排布情况,图12展现了在不同阻碍角 θ 下的孔隙曲折度。由图12可知,当孔隙率一定时,随着阻碍角 θ 的增大,流体的渗流路径更加曲折,其对应的孔隙曲折度越大。当孔隙率较小时,土体内部孔隙尺寸较小,阻碍角的变化对于孔隙曲折度的影响更

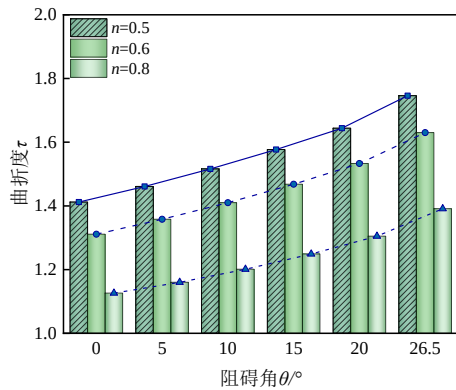


图12 阻碍角对孔隙曲折度的影响

Fig.12 Effect of obstruction angle on pore tortuosity

为显著,而随着孔隙率的增大,此时内部孔隙尺寸往往大于颗粒尺寸,土颗粒对于水分的阻碍作用减弱,孔隙曲折度逐渐趋近于1,阻碍角 θ 对于孔隙曲折度的影响较小。

3.4 各影响因素相关性分析

灰关联分析(Grey Relational Analysis, GRA)是一种用于研究系统之间关系的多变量统计分析方法,特别适用于不确定性和小样本情况下的分析^[17]。为进一步量化分析各个影响因素对于孔隙曲折度的影响程度,采用灰关联分析理论分析各因素对孔隙曲折度的影响程度,灰关联值介于0~1之间,当两个变量的相关性越高,其数值越趋于1。具体计算分析步骤如下。

1)确定参考数列与比较数列。参考数列是用于描述系统行为特征的数据系列,而比较数列则指那些对系统行为产生影响的数据系列。

$$\begin{cases} x_0(k), k=1, 2\cdots m \\ x_i(k), k=1, 2\cdots m, i=1, 2\cdots n \end{cases}$$

参考数列 $x_0(k)$ 为孔隙曲折度的数据,比较数列为 $x_i(k)$ 为质量分形维数 D 、孔隙率 n 、各向异性参数 m 与阻碍角 θ ,分别记为 x_1, x_2, x_3, x_4 。

2)将数据无量纲化。因各数据的物理意义与量纲均不一致,无法直接进行相关性分析,因此需要将所有数据首先进行无量纲化,将所有数据处于同一尺度上。结合数据特点,选择平均值法进行无量纲化处理,其具体计算公式为

$$y_i = \frac{x_i(k)}{\sum_{k=1}^m x_i(k)/m}, k=1, 2\cdots m, i=0, 1\cdots n \quad (24)$$

3)关联系数计算

$$\zeta_i(k) = \frac{\min_i \min_k |x_0(k) - x_i(k)| + \rho \cdot \max_i \max_k |x_0(k) - x_i(k)|}{|x_0(k) - x_i(k)| + \rho \cdot \max_i \max_k |x_0(k) - x_i(k)|} \quad (25)$$

式中关联系数 $\zeta_i(k)$ 为第 i 个因素在第 k 个点的比较曲线 $y_i(k)$ 与参考曲线 $y_0(k)$ 的相对差; $|x_0(k) - x_i(k)|$ 为参考数列中的数据值与比较数列中对应数据值的绝对差值, $\min_i \min_k |x_0(k) - x_i(k)|$ 为所有绝对差值中的最小值, $\max_i \max_k |x_0(k) - x_i(k)|$ 为所有绝对差值中的最大值, ρ 为分项系数,一般取0.5。

4)灰关联度的计算公式为

$$r_i = \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m \zeta_i(k), k=1, 2\cdots m, i=0, 1\cdots n \quad (26)$$

最终计算得到的质量分形维数、孔隙率、各向异性参数、阻碍角与孔隙曲折度的灰关联度如表4所示。

表4 孔隙曲折度与各影响因素的灰关联度

Table 4 Grey correlation between pore tortuosity and each influencing factor

影响因素	质量分形维数 D	孔隙率 n	各向异性参数 m	阻碍角 θ
灰关联值	0.973	0.934	0.964	0.737

由表4可见:质量分形维数、孔隙率、各向异性参数、阻碍角与孔隙曲折度的灰关联度均大于0.5,表明上述因素均对孔隙曲折度有显著影响^[18],且质量分形维数对于孔隙曲折度的影响最大。这也再次说明了土体孔隙曲折度受到多种因素的共同耦合影响,特别是对于土石混合体这种粒径跨度大、

级配特征复杂的土体来说,考虑土体颗粒级配、颗粒排布结构等因素变化对孔隙曲折度的影响是十分必要的。

为了考虑各影响因素间的交互作用及耦合作

$$Y = X\beta + \epsilon = 0.575 + 0.402X_1 + 0.065X_2 + 0.409X_3 + 0.001X_4 - 0.392X_1X_2 + 0.040X_1X_3 + 0.004X_1X_4 - 0.018X_2X_3 - 0.001X_2X_4 + 0.001X_3X_4 \quad (27)$$

式中: Y 为因变量向量; X 为自变量向量; β 为回归系数向量; $R^2=0.98$ 。由式(27)可知,孔隙率与其余影响因素间有着显著的负交互作用,表明孔隙率的增大会抵消其余因素对孔隙曲折度的正向影响,从而解释了当孔隙率较大时,不同土体孔隙曲折度趋于一致的原因。其余各影响因素间均呈不同程度的正向交互作用,且质量分形维数与各向异性参数间的正向交互参数最大,表明颗粒级配改变而导致土体孔隙曲折度的正向变化程度受土体各向异性的影响最为显著。但需要指出的是,质量分形维数与各向异性参数等因素的独立影响参数均大于各

用的综合影响,采用二阶多元交互回归方程对相关数据进行拟合,以孔隙曲折度 τ 为目标变量 Y ,质量分形维数 D 、孔隙率 n 、各向异性参数 m 与阻碍角 θ 分别为自变量 $X_i (i=1,2,3,4)$,具体拟合结果为

因素间的交互参数,说明各影响因素间虽存在着一定的交互影响,但其并不是控制孔隙曲折度变化的主要原因,而仅在一定程度上影响了孔隙曲折度的变化程度。

4 孔隙曲折度计算模型对比

对比表5所示模型,提出的计算模型能考虑因颗粒破碎、颗粒缺失所导致的土体级配变化及颗粒排布结构对孔隙曲折度的影响,与表5所列现有模型进行对比,其计算结果见图13。

表5 现有孔隙曲折度计算模型

Table 5 Existing pore tortuosity calculation model

计算公式	文献来源	模型局限性
$\tau = n^{-\beta}$	Mota等 ^[19]	仅考虑了孔隙率对孔隙曲折度的影响,且拟合参数的物理意义不明确
$\tau = \left(\frac{19}{18}\right)^{\ln n / \ln(8/9)}$	Li等 ^[20]	
$\tau = \frac{\lambda}{2} \left[1 + \frac{1}{2} \sqrt{1-n} + \sqrt{1-n} \frac{\sqrt{\left(\frac{1}{\sqrt{1-n}} - 1\right)^2 + \frac{1}{4}}}{1 - \sqrt{1-n}} \right]$	颜瀚等 ^[5]	假设土体颗粒粒径相等,忽略了颗粒粒径的不均匀性对孔隙曲折度的影响
$\tau = \frac{1}{3} \left[\sqrt{\pi m(1-\phi)} + \frac{1}{\cos \theta} + \sqrt{\left(2\sqrt{\frac{m(1-\phi)}{\pi}} - 1\right)^2 + \tan^2 \theta} + \frac{\sqrt{\left(2\sqrt{\frac{m(1-\phi)}{\pi}} - 1\right)^2 + \tan^2 \theta}}{1 - 2\sqrt{\frac{m(1-\phi)}{\pi}}} \right]$	Gan等 ^[6]	
$\tau = \frac{S_1}{S} \times \frac{\bar{L}_1}{C} + \frac{S_2}{S} \times \frac{\bar{L}_2}{C} + \frac{S_3}{S} \times \frac{\bar{L}_3}{C}$	黎章等 ^[7]	运用特征粒径的比值变化来描述不同的颗粒级配,无法准确描述间断级配对孔隙曲折度的影响

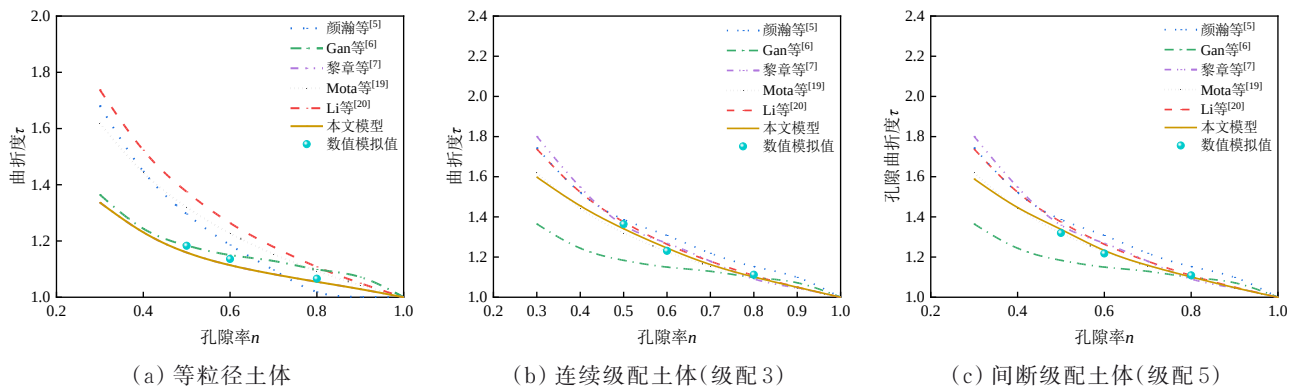


图13 不同孔隙曲折度模型计算结果对比

Fig.13 Comparison of different pore tortuosity calculation model

计算结果表明,各曲折度计算模型随孔隙率的变化规律表现出高度一致性,但不同计算模型对不同类型土体的预测精度具有显著差异。针对于等粒径颗粒土体,与其余模型相比,文献[19]与文献[20]所提出的计算模型计算误差明显偏大,这是因为其仅建立了孔隙率与曲折度的联系,而未能考虑颗粒尺寸与空间排布结构形式等因素的影响,且模型中拟合参数的引入又进一步影响了其适用性;文献[7]与本文提出的计算模型均可对存在不同粒径颗粒的土石混合体内部孔隙曲折度进行较为精准的预测计算,其计算误差均小于5%,而文献[5]中模型由于颗粒形状假设的局限性,在相同孔隙率下,其计算值偏大;但文献[7]中仅运用特征粒径的比值变化来描述不同的颗粒级配,当土体为间断级配时,其无法准确地描述该因素对于孔隙曲折度的影响,最终导致计算值偏大。而本文建立的孔隙曲折度计算模型能考虑因颗粒破碎、颗粒缺失所导致的土体级配变化及颗粒空间排布结构等多种因素对孔隙曲折度的影响,在多种类型的土体孔隙曲折度计算中均表现出较好的适用性。

5 结论

针对土石混合体的特殊性质,主要考虑粗颗粒破碎与颗粒缺失造成的级配变化对孔隙曲折度的影响,建立了新的孔隙曲折度计算模型,所得主要结论如下:

1)通过采用对数正态分布累积分布函数来描述不同的颗粒级配,采用各向异性参数与阻碍角来描述颗粒空间排布情况,建立了可考虑颗粒破碎的土石混合体孔隙曲折度计算模型。通过数值模拟软件模拟流体渗流过程,所得数值模拟值与理论计算值的相对误差均小于2%,说明模型具有一定的合理性。

2)对孔隙曲折度模型的影响因素分析表明:当土石混合体中粗颗粒含量较高时,此时质量分形维数较小,土体内缺少足够的细颗粒填充粗颗粒间形成的大孔隙,易形成优势渗流通道,孔隙曲折度较小,随着粗颗粒的破碎,细颗粒含量增多,粒径不均匀程度提升,孔隙曲折度随之增大;此外,颗粒的缺失亦会导致孔隙曲折度的减小,且大粒径粗颗粒的缺失所造成的影响显著大于细颗粒;阻碍角与各向异性参数的增大会导致孔隙结构更加复杂曲折,延长了流体实际渗流路径,使孔隙曲折度呈非线性增长。

3)4种影响因素中,对土石混合体内孔隙曲折度的影响程度依次为颗粒级配(质量分形维数)>

各向异性参数>孔隙率>阻碍角,其中质量分形维数与各向异性参数的灰关联值均大于0.95,表现出强相关性。孔隙率与其余影响因素间有着显著的负交互作用,即孔隙率的增大会抵消其余因素对孔隙曲折度的正向影响,当孔隙率较大时,孔隙曲折度均趋近于1,此时孔隙率对曲折度起主导作用。而其余各影响因素间均呈不同程度的正向交互作用,其中质量分形维数与各向异性参数间的正向交互影响最大。

4)在构建孔隙曲折度计算模型时,假设土体颗粒为无限刚度的固定理想圆形颗粒,从而忽略了颗粒形状、表面粗糙度及颗粒变形、位移等因素对于孔隙曲折度的潜在影响,易低估土体的实际孔隙曲折度,且也无法对长期动态渗流或应力变形下的土体孔隙曲折度演变过程进行准确描述,需在后续的研究中继续加以完善。

参考文献

- [1] CARMAN P C. Flow of gases through porous media [M]. New York: Academic Press, London: Butterworths, 1956.
- [2] PISANI L. Simple expression for the tortuosity of porous media [J]. Transport in Porous Media, 2011, 88 (2): 193-203.
- [3] KOPONEN A, KATAJA M, TIMONEN J. Tortuous flow in porous media [J]. Physical Review E, 1996, 54 (1): 406-410.
- [4] KHABBAZI A E, HINEBAUGH J, BAZYŁAK A. Determining the impact of rectangular grain aspect ratio on tortuosity-porosity correlations of two-dimensional stochastically generated porous media [J]. Science Bulletin, 2016, 61(8): 601-611.
- [5] 颜瀚, 滕继东, 张升, 等. 考虑颗粒排列的土体几何迂曲度模型[J]. 岩土工程学报, 2020, 42(1): 195-200.
YAN H, TENG J D, ZHANG S, et al. Model for tortuosity of soil considering geometric arrangement of particles [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2020, 42(1): 195-200. (in Chinese)
- [6] GAN J, YANG Z Q, ZHANG Z W, et al. Two-dimensional soil geometric tortuosity model based on porosity and particle arrangement [J]. Minerals, 2022, 12 (1): 43.
- [7] 黎章, 戴邵衡, 熊海斌, 等. 考虑土体颗粒级配的几何迂曲度模型[J]. 铁道科学与工程学报, 2022, 19(12): 3655-3664.
LI Z, DAI S H, XIONG H B, et al. A geometric tortuosity model considering the gradation of soil [J]. Journal of Railway Science and Engineering, 2022, 19 (12): 3655-3664. (in Chinese)

- [8] 刘红位, 游诗琪, 简文彬, 等. 干湿循环下煤矸石土石混合体大型直剪试验研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2025, 44(2): 331-341.
- LIU H W, YOU S Q, JIAN W B, et al. Study on large direct shear test of coal gangue soil-rock mixture under wetting-drying cycles [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2025, 44(2): 331-341. (in Chinese)
- [9] 李诗琪, 杨忠平, 刘浩宇, 等. 考虑间断级配影响的土石混合体水力侵蚀分异机理[J]. 土木工程学报, 2024, 57(10): 125-134.
- LI S Q, YANG Z P, LIU H Y, et al. Hydraulic erosion differentiation mechanism of soil-rock mixture considering the effect of discontinuous gradation [J]. China Civil Engineering Journal, 2024, 57(10): 125-134. (in Chinese)
- [10] 张海波, 何军拥. 基于 Matlab 的混凝土三维圆形骨料模型随机投放方法[J]. 福建建材, 2012(4): 4-5.
- ZHANG H B, HE J Y. Random placing method of concrete three-dimensional circular aggregate model based on Matlab [J]. Fujian Building Materials, 2012(4): 4-5. (in Chinese)
- [11] 俞晓伟, 牧振伟, 高尚. 梯形墩-悬栅消力池水力特性数值模拟[J]. 排灌机械工程学报, 2025, 43(1): 66-73.
- YU X W, MU Z W, GAO S. Numerical simulation on hydraulic characteristics of trapezoidal pier-suspended grid stilling basin [J]. Journal of Drainage and Irrigation Machinery Engineering, 2025, 43(1): 66-73. (in Chinese)
- [12] 丁瑜, 饶云康, 倪强, 等. 颗粒级配与孔隙比对粗粒土渗透系数的影响[J]. 水文地质工程地质, 2019, 46(3): 108-116.
- DING Y, RAO Y K, NI Q, et al. Effects of gradation and void ratio on the coefficient of permeability of coarse-grained soil [J]. Hydrogeology & Engineering Geology, 2019, 46(3): 108-116. (in Chinese)
- [13] HU F Y, ZHANG K N, ZHU K F, et al. Fractal analysis on the crushing characteristics of soil-soft rock mixtures under compaction [J]. Fractal and Fractional, 2024, 8(2): 90.
- [14] 付宏渊, 杨海涛, 曾铃, 等. 炭质泥岩填料击实特性及颗粒破碎研究[J]. 土木工程学报, 2025, 58(3): 113-124.
- FU H Y, YANG H T, ZENG L, et al. Study on compaction characteristics and particle breakage of carbonaceous mudstone fill material [J]. China Civil Engineering Journal, 2025, 58(3): 113-124. (in Chinese)
- [15] LI X, LIAO Q L, HE J M. In-situ tests and a stochastic structural model of rock and soil aggregate in the Three Gorges Reservoir area, China [J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 2004, 41: 702-707.
- [16] BERISSO F E, SCHJØNNING P, KELLER T, et al. Gas transport and subsoil pore characteristics: Anisotropy and long-term effects of compaction [J]. Geoderma, 2013, 195: 184-191.
- [17] 邓聚龙. 灰色系统理论教程[M]. 武汉: 华中理工大学出版社, 1990: 33-63.
- DENG J L. Course of grey system theory [M]. Wuhan: Huazhong University of Science & Technology Press, 1990: 33-63. (in Chinese)
- [18] 黄万俊, 毛雪松, 吴谦. 细粒土冻融界面抗剪强度试验研究及灰关联分析[J]. 工程地质学报, 2022, 30(5): 1477-1484.
- HUANG W J, MAO X S, WU Q. Experimental investigation on the shear strength of freeze-thaw interface in fine-grained soil and grey relational analysis [J]. Journal of Engineering Geology, 2022, 30(5): 1477-1484. (in Chinese)
- [19] MOTA M, TEIXEIRA J A, BOWEN W R, et al. Binary spherical particle mixed beds: Porosity and permeability relationship measurement [J]. Transactions of the Faraday Society, 2001, 1(4): 101-106.
- [20] LI J H, YU B M. Tortuosity of flow paths through a Sierpinski carpet [J]. Chinese Physics Letters, 2011, 28 (3): 034701.

(编辑 XXX)