

DOI: 10.11835/j.issn.2096-6717.2025.082



开放科学(资源服务)标识码 OSID:



基于容积公式考虑核电厂结构参数不确定 的随机地震响应分析方法

秦苗珺^{1,2}, 王晓彬³, 周成¹, 赵衍刚³

(1. 广州市市政集团有限公司, 广州 510060; 2. 华南理工大学 土木与交通学院, 广州 510641;
3. 北京工业大学 城市建设学部, 北京 100124)

摘要:核电厂(NPP)在地震作用下的安全性对核能发展具有重要意义。为研究结构参数不确定对核电厂随机地震响应的影响,基于容积公式提出考虑结构参数不确定的随机响应分析方法;基于随机振动理论推导考虑结构参数的响应功率谱表达式,并通过单自由度模型对该方法进行验证。理论分析表明,考虑结构参数不确定对响应功率谱有较大影响,因参数的变化,结构响应的功率谱值在频率范围内分布更加分散,得到的响应均方根更接近蒙特卡罗模拟(MCS)结果,比不考虑参数不确定时的结果要大。以某核电厂为例,建立核电厂结构的整体有限元模型,基于容积公式计算考虑核电厂结构材料参数不确定的随机地震响应,结果表明:不考虑结构参数不确定会低估结构的最大响应,从而高估结构的可靠性。

关键词:核电厂;随机振动;随机地震响应;结构参数不确定;容积公式

中图分类号:TU311.3;TU352.1 **文献标志码:**A **文章编号:**2096-6717(2026)05-0071-10

Stochastic seismic response analysis method considering the uncertainty of structural parameters in nuclear power plants based on cubature formula

QIN Miaojun^{1,2}, WANG Xiaobin³, ZHOU Cheng¹, ZHAO Yangang³

(1. Guangzhou Municipal Engineering Group Ltd., Guangzhou 510060, P. R. China; 2. School of Civil Engineering and Transportation, South China University of Technology, Guangzhou 510641, P. R. China; 3. College of Architecture and Civil Engineering, Beijing University of Technology, Beijing 100124, P. R. China)

Abstract: The safety of nuclear power plants (NPPs) in the event of an earthquake is of great significance to the development of nuclear energy. In order to study the influence of structural parameter uncertainty on the random seismic response of NPPs, a random response analysis method considering structural parameter uncertainty is proposed based on cubature formula. By utilising the random vibration theory, the expression of response power

收稿日期:2025-05-06

基金项目:国家重点研发计划(2023YFC3805100、2023YFC3805101);广州市建筑集团有限公司科技计划([2024]-KJ044)

作者简介:秦苗珺(1991-),男,博士,主要从事地下结构与工程抗震研究,E-mail:miao_use@163.com。

王晓彬(通信作者),男,博士生,E-mail:wang_bjut@163.com。

Received: 2025-05-06

Foundation items: National Key R&D Program of China (Nos. 2023YFC3805100, 2023YFC3805101); Guangzhou Construction Group Co., Ltd. Technology Plan Project (No.[2024]-KJ044)

Author brief: QIN Miaojun (1991-), PhD, main research interests: underground structures and engineering seismic resistance, E-mail: miao_use@163.com.

WANG Xiaobin (corresponding author), PhD candidate, E-mail: wang_bjut@163.com.

spectrum considering structural parameters is derived. The proposed method is verified by a single degree of freedom model. The findings indicate that the consideration of structural parameter uncertainty exerts a substantial influence on the response power spectrum. The power spectrum value of structural response is more dispersed in the frequency range due to the randomness of its parameters. The root mean square of response obtained by cubature formula is closer to the results of Monte Carlo simulation (MCS) and is larger than the results without considering the parameter uncertainty. A finite element model of an NPP is established, and the random seismic response considering the uncertain material parameters of the NPP structure is calculated based on cubature formula. The results show that the maximum response of the structure will be underestimated and its reliability will be overestimated in the absence of consideration for the uncertainty of structural parameters.

Keywords: nuclear power plant; random vibration; random seismic response; structural parameter uncertainty; cubature formula

随着核电的飞速发展,核电厂的安全性受到广泛关注。由于核电系统运行的复杂性、地震动的随机性及结构参数的不确定性等诸多原因,当核电站遭受超过设防水准的地震动时,其结构存在的诸多不确定性可能会成为事故的诱因。日本311大地震给当地的基础设施造成了重大破坏,即使有着3层纵深防御的福岛核电厂在地震中也遭受到严重损坏,并引发了福岛第一核电站核泄漏。近几年地震频发,其强度超过当地抗震设防标准,对人民的生命财产安全造成了灾难性的损失,即使对于核电厂等高裕度建筑物,也构成了巨大的威胁。

在抗震设计中,因存在大量不确定性因素,包括地震动的随机性、结构材料参数的不确定性及人为认知的模糊性等,给结构分析带来巨大挑战。现行《核电厂抗震设计标准》(GB 50267—2019)^[1]中给出了核电厂抗震设计的基本方法——反应谱法、时程分析法与频域分析法。反应谱法直接得出各振型地震作用的最大值,并且采用一致的峰值因子,但由于各振型地震作用最大值并不发生在同一时刻,因此在计算过程中仍存在较大误差^[2]。虽然时程分析法相比反应谱法更加准确,但仅通过几条地震波难以反映地震动的随机性^[3],使得结构设计仍停留在确定性分析上。随着结构可靠性方法的应用以及随机振动理论的研究,考虑结构参数与地震激励随机性的不确定性分析得到了较快发展。

考虑地震动的随机性是核电厂地震概率风险评估的主要任务之一。近年来随着随机振动理论研究的发展,各种分析方法相继被提出,如时域显式法^[4]、矩方程法^[5]、概率密度演化方法^[6]等。时域显式法是一种时域分析方法,是解决非平稳随机振动问题的有效方法,但由于该方法的显式表达式系数

依赖于结构参数^[7],当结构材料参数为随机变量时,仍存在较大计算量;矩方程法也是一种时域分析方法,该方法通过状态方程表达结构的物理演化机制与矩演化机制^[8],但由于两者是耦合处理,不利于大型结构的分析计算;概率密度演化方法从概率守恒原理出发,通过广义概率密度演化方程来表达结构的物理演化机制与概率演化机制^[9],但两者仍以耦合方式处理,难以应用于大型复杂结构分析中。王晓彬等^[10]通过极值分布方法考虑了结构参数的不确定和地震激励的随机性,但该方法计算量仍较大,难以在复杂结构中进行推广应用。目前,在实际工程中,由于计算简便^[11-12],频域分析方法已成为随机振动领域的主流方法,对于重要的大型结构,仍采用该方法考虑地震动激励的随机性。

在各类不确定因素中,地震动激励的随机性虽然是主要因素之一,但结构材料参数等其他不确定因素仍不容忽视。随着建筑材料的老化,结构性能参数的不确定性增加,并且逐渐成为控制结构失效的关键因素。因此,研究核电厂结构材料参数的不确定性对于核电厂随机地震响应分析与风险及寿命评估具有重要意义。近年来,学者针对结构不确定性开展了大量研究,如混沌多项式展开^[13]、子集模拟法^[14]、矩法^[15]、容积公式^[16]等。其中容积公式方法由于计算简便、估计点数量有限而被用于结构不确定性分析中。

笔者基于随机振动理论提出考虑结构参数不确定的结构响应分析方法。通过采用容积公式与频域分析方法,考虑随机地震激励与结构参数不确定条件下核电厂结构的响应特征,探讨因结构参数不确定对随机地震响应分析结果的影响,并对对比分析参数不确定对核电结构响应概率分布的影响。主要技术路线如图1所示。

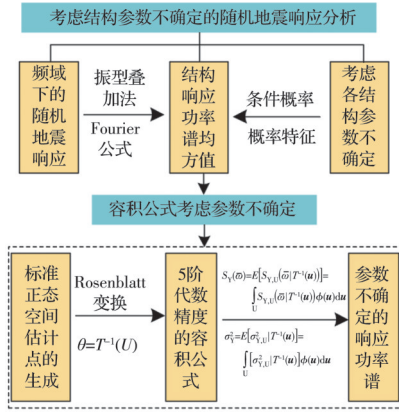


图1 技术路线

Fig. 1 Technical route

1 基于容积公式的随机地震响应分析方法

1.1 随机地震响应分析方法

对于线性多自由度结构,在平稳随机干扰 $X(t)$ 的作用下,结构的动力微分方程如式(1)所示,其中, $X(t)$ 的功率谱密度为 $S_X(\bar{\omega})$ 。

$$M\ddot{Y}(t) + C\dot{Y}(t) + KY(t) = rX(t) \quad (1)$$

式中: M 、 C 、 K 分别为结构的质量矩阵、阻尼矩阵和刚度矩阵; $\ddot{Y}(t)$ 、 $\dot{Y}(t)$ 、 Y 分别为结构的位移向量、速度向量和加速度向量; r 为地震激励的定位矩阵。将激励 $X(t)$ 表示为频域空间 $X(\bar{\omega})$, 根据频率响应传递函数得到结构在频域空间的响应为

$$Y(\bar{\omega}) = H(\bar{\omega})rX(\bar{\omega}) \quad (2)$$

式中 $H(\bar{\omega})$ 为结构的频率响应函数,对于单自由度结构

$$H(\bar{\omega}) = \frac{1}{k[1 - (\bar{\omega}/\omega_n)] + i[2\zeta(\bar{\omega}/\omega_n)]} \quad (3)$$

式中: $\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}}$ 为结构的自振频率; ζ 为结构阻尼比。

根据式(2)及 Fourier 公式得到结构响应功率谱密度为

$$S_Y(\bar{\omega}) = |H(\bar{\omega})|^2 S_X(\bar{\omega}) \quad (4)$$

对于线性多自由度结构,根据振型分解法,令 $Y(t) = \Phi q(t)$, 其中 Φ 为结构的振型, $\Phi = \{\Phi_1, \Phi_2, \dots, \Phi_m\}$, 将 $Y(t) = \Phi q(t)$ 代入式(1)即得到

$$M^* \ddot{q}(t) + C^* \dot{q}(t) + K^* q(t) = r^* X(t) \quad (5)$$

式中: $M^* = \Phi^T M \Phi$, $K^* = \Phi^T K \Phi$, $C^* = \Phi^T C \Phi$, $r^* = \Phi^T r$ 。根据振型的正交性即可将式(5)转化为 m 个单自由度体系,其在频域内的解为

$$q_j(\bar{\omega}) = \gamma_j H_j(\bar{\omega}) X(\bar{\omega}) \quad (6)$$

式中: γ_j 为第 j 阶振型参与系数; $H_j(\bar{\omega})$ 为第 j 阶振型

的频响函数,则

$$S_{q_i q_j}(\bar{\omega}) = H_i(\bar{\omega}) H_j^*(\bar{\omega}) \gamma_i \gamma_j S_X(\bar{\omega}) \quad (7)$$

根据 $Y(t) = \Phi q(t)$, 得到响应的功率谱矩阵为

$$S_Y(\bar{\omega}) = \Phi^T S_{qq}(\bar{\omega}) \Phi = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m \gamma_i \gamma_j^T \phi_i \phi_j^T H_i(\bar{\omega}) H_j^*(\bar{\omega}) S_X(\bar{\omega}) \quad (8)$$

根据式(8)得到的响应功率谱,即可得到结构响应的均方差为

$$\sigma_Y^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} S_Y(\bar{\omega}) d\bar{\omega} = 2 \int_0^{+\infty} S_Y(\bar{\omega}) d\bar{\omega} = \int_0^{+\infty} G_Y(\bar{\omega}) d\bar{\omega} \quad (9)$$

式中: $G_Y(\bar{\omega})$ 为对应的单边功率谱。

1.2 基于容积公式考虑结构参数不确定

当前的随机响应分析方法旨在求解随机激励下结构的响应。根据随机振动理论,通过随机激励的功率谱得到结构随机响应特征。从而将输入激励的随机性传递到结构响应中,得到结构的响应功率谱与均方差,由此确定结构的动力特性与响应的概率分布特征,从而评估结构的失效概率。以上分析是基于确定性结构参数的假设,其随机性仅来源于输入的激励不确定性。从结构动力方程可看出,结构参数不确定会改变系统的动力学特性,导致频响函数发生随机偏移,进而放大或抑制特定频段的响应,影响结构响应的极值穿越率,造成概率密度尾部估计加重,从而低估结构失效概率。在实际工程结构中,由于受到施工质量的影响以及结构服役期内材料性能的时变效应,造成结构材料特征参数的随机性,尤其对于核电站等重要建筑物,应充分考虑这种不确定性的影响。

由此,可将式(8)与式(9)看作结构各参数(如密度、弹性模量等)在确定值 $\Theta = \{\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n\}$ 下的条件功率谱与条件均方值,可写为式(10)、式(11),并假设不考虑各参数之间的相关性

$$S_{Y,\Theta}(\bar{\omega}|\Theta) = \Phi_{\Theta}^T S_{qq|\Theta}(\bar{\omega}) \Phi_{\Theta} = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m \gamma_{i|\Theta} \gamma_{j|\Theta}^T \phi_{i|\Theta} \phi_{j|\Theta}^T H_i(\bar{\omega}|\Theta) H_j^*(\bar{\omega}|\Theta) S_X(\bar{\omega}) \quad (10)$$

$$\sigma_{Y,\Theta}^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} S_{Y,\Theta}(\bar{\omega}|\Theta) d\bar{\omega} = \int_0^{+\infty} G_Y(\bar{\omega}|\Theta) d\bar{\omega} \quad (11)$$

当考虑结构参数不确定时,结构响应的功率谱与均方值即可写为对以上条件功率谱与均方值在 Θ 空间的积分,即

$$S_Y(\bar{\omega}) = \int_{\Omega_{\Theta}} S_{Y,\Theta}(\bar{\omega}|\theta) f_{\Theta}(\theta) d\theta =$$

$$\int_{\Omega_{\theta}} [\Phi_{\theta}^T S_{qq,\theta}(\bar{\omega}|\theta) \Phi_{\theta}] f_{\theta}(\theta) d\theta \quad (12)$$

$$\sigma_Y^2 = \int_{\Omega_{\theta}} [\sigma_{Y,\theta}^2 | \theta] f_{\theta}(\theta) d\theta = \int_{\Omega_{\theta}} \left[\int_{-\infty}^{+\infty} S_{Y,\theta}(\bar{\omega}|\theta) d\bar{\omega} \right] f_{\theta}(\theta) d\theta \quad (13)$$

式中: $f_{\theta}(\theta)$ 为结构参数 θ 的概率密度函数; Ω_{θ} 为各结构参数的取值范围。因此, 考虑结构参数不确定的响应功率谱与均方差即转化为求解式(12)、式(13)。

根据期望的定义式, 式(12)、式(13)可表示为求解相应函数期望的形式, 即

$$S_Y(\bar{\omega}) = E[S_{Y,\theta}(\bar{\omega}|\theta)] = E[\Phi_{\theta}^T S_{qq,\theta}(\bar{\omega}|\theta) \Phi_{\theta}] \quad (14)$$

$$\sigma_Y^2 = E[\sigma_{Y,\theta}^2 | \theta] = E \int_{-\infty}^{+\infty} S_{Y,\theta}(\bar{\omega}|\theta) d\bar{\omega} \quad (15)$$

为简化计算, 假设各结构参数为相互独立的随机变量, 即认为其联合概率密度函数可以写为各个随机变量概率密度函数的乘积

$$f_{\theta}(\theta) = f_{\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n}(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n) = \prod_{i=1}^n f_{\theta_i}(\theta_i) \quad (16)$$

将各随机变量 $\theta = \{\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n\}$ 通过 Rosenblatt 变换^[17]转化到标准正态空间^[18] $U = \{u_1, u_2, \dots, u_n\}$, 即得

$$u = T(\theta) \quad (17)$$

将其逆变换 $\theta = T^{-1}(u)$ 代入式(14)、式(15)得

$$S_Y(\bar{\omega}) = E[S_{Y,U}(\bar{\omega}|T^{-1}(u))] = \int_U S_{Y,U}(\bar{\omega}|T^{-1}(u)) \phi(u) du \quad (18)$$

$$\sigma_Y^2 = E[\sigma_{Y,U}^2 | T^{-1}(u)] = \int_U [\sigma_{Y,U}^2 | T^{-1}(u)] \phi(u) du \quad (19)$$

其中

$$\phi(u) = \prod_{i=1}^n \phi(u_i) = \frac{1}{(\sqrt{2\pi})^n} \exp\left(-\frac{u^T u}{2}\right) \quad (20)$$

对于上述多维积分的求解, 容积公式作为一种计算高效的数值方法, 被广泛应用于函数各阶矩阵的估计中^[19-20]。

按照容积公式定义, 容积方法实际是为求解形式如式(21)的积分。

$$I[r] = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{(\sqrt{2\pi})^n} \exp\left(-\frac{\kappa^T \kappa}{2}\right) \cdot r(\kappa) d\kappa = \sum_{j=1}^m w_j r(\kappa_j) \quad (21)$$

式中: $r[\kappa]$ 为任意的被积函数, 如式(18)中的 $S_{Y,U}(\bar{\omega}|T^{-1}(u))$; κ_j 与 w_j 分别为按照一定方法选取的估计点与对应权重。表1给出了应用最广的具有五阶代数精度的容积公式 I ~ V。按照容积公式的定义, 上述积分可用权重与相应点函数值的乘积表示。

$$S_Y(\bar{\omega}) = \int_U S_{Y,U}(\bar{\omega}|T^{-1}(u)) \phi(u) du = \sum_{j=1}^m w_j S_{Y,U}(\bar{\omega}|T^{-1}(u_j)) \quad (22)$$

$$\sigma_Y^2 = \int_U [\sigma_{Y,U}^2 | T^{-1}(u)] \phi(u) du = \sum_{j=1}^m w_j \sigma_{Y,U}^2 | T^{-1}(u_j) \quad (23)$$

式中: w_j 与 u_j ($j=1, 2, \dots, m$) 分别表示权重与 n 维空间相应的积分点, m 为积分点的个数。

研究表明, 上述容积公式效率较高, 对于中等维度而言, 仅需几十个估计点, 对于高维, 仅需几百个估计点。但上述公式都有一定的适用范围, 表1中列出每个公式的适用范围及估计点的数量。

2 方法验证

为验证方法的准确性, 以一单自由度结构的随机振动响应分析为例, 如图2所示, 其中将质量 M 、刚度 K 与阻尼 D 看作随机变量, 其参数的概率信息如表2所示。地面加速度谱采用常用的 Kanai-Tajmi 功率谱^[25], 如式(24)所示, 式中各参数取值分别为 $\omega_g = 5.0$ 、 $\xi_g = 0.5$ 、 $S_0 = 6.0$ 。

$$S_x(\omega) = \frac{\omega_g^4 + 4\xi_g^2 \omega_g^2 \omega^2}{(\omega_g^2 - \omega^2)^2 + 4\xi_g^2 \omega_g^2 \omega^2} \quad (24)$$

在实例中, 随机变量个数 $n=3$, 当选用容积公式 I 时, 计算得到的标准正态空间估计点与权重分别如表3所示, 按照各随机变量的概率信息, 将标准正态空间估计点通过逆变换 $\theta = T^{-1}(u)$ 转化到各自原始空间即可得到各参数随机变量的取值。

为对比该方法的精确性, 采用蒙特卡罗模拟 (MCS) 进行时程分析, 将得到的响应功率谱与响应方差进行对比。根据随机变量的概率信息生成 100 000 个 MCS 模拟样本。根据谱表示^[26], 激励时程可表示为

$$f_i(t) = \sqrt{2} \sum_{i=1}^m \sqrt{2S_x(\omega_i) \Delta\omega} \cos(\omega_i t + \varphi_{i,j}) \quad (25)$$

式中: $\omega_i = \omega_d + (i-1)\Delta\omega$, $\Delta\omega = (\omega_u - \omega_d)/m$, ω_d 为最小频率值, ω_u 为最大频率值; $\varphi_{i,j}$ 为在 $[0, 2\pi]$ 区

表 1 五阶代数精度的容积公式

Table 1 Cubature formulae with fifth algebraic degree

方法	积分公式	适用范围	估计点数
Formula I ^[16]	$I[r]=\frac{2}{n+2}r(0)+\frac{4-n}{2(n+2)^2}\sum_{\text{full sym}}r(\sqrt{n+2},0\cdots0)+$ $\frac{1}{(n+2)^2}\sum_{\text{full sym}}r\left(\sqrt{\frac{n}{2}+1},\sqrt{\frac{n}{2}+1},0\cdots0\right)$		$2n^2+1$
Formula II ^[21]	$I[r]=\frac{n^2-7n+18}{18}r(0)+\frac{4-n}{18}\sum_{\text{full sym}}r(\sqrt{3},0\cdots0)+\frac{1}{36}\sum_{\text{full sym}}r(\sqrt{3},\sqrt{3},0\cdots0)$		$2n^2+1$
Formula III ^[22]	$I[r]=a\left[r(\sqrt{2}\eta,\sqrt{2}\eta\cdots\sqrt{2}\eta)+r(-\sqrt{2}\eta,-\sqrt{2}\eta\cdots-\sqrt{2}\eta)\right]+$ $b\left\{\sum_{\text{Permutation}}\left[r(\sqrt{2}\lambda,\sqrt{2}\xi\cdots\sqrt{2}\xi)+r(-\sqrt{2}\lambda,-\sqrt{2}\xi\cdots-\sqrt{2}\xi)\right]\right\}+$ $c\left\{\sum_{\text{Permutation}}\left[r(\sqrt{2}\mu,\sqrt{2}\gamma\cdots\sqrt{2}\gamma)+r(-\sqrt{2}\mu,-\sqrt{2}\gamma\cdots-\sqrt{2}\gamma)\right]\right\}$	$2\leq n\leq 7$	n^2+n+2
Formula IV ^[23]	$I[r]=\frac{2}{n+2}r(0)+\frac{n^2(7-n)}{2(n+1)^2(n+2)^2}\sum_{j=1}^{n+1}\left[r(\sqrt{n+2}\times a^{(j)})+r(-\sqrt{n+2}\times a^{(j)})\right]+$ $\frac{2(n-1)}{2(n+1)^2(n+2)^2}\sum_{j=1}^{n(n+1)/2}\left[r(\sqrt{n+2}\times b^{(j)})+r(-\sqrt{n+2}\times b^{(j)})\right]$ $a^{(j)}=\left(a_1^{(j)},a_2^{(j)}\cdots a_n^{(j)}\right),j=1,2\cdots n+1$ $b^{(j)}=\sqrt{\frac{n}{2(n-1)}}\left(a^{(k)}+a^{(l)}\right),k<l,l=1,2\cdots n+1$ $a_i^{(j)}=\begin{cases}-\left[\frac{n+1}{n(n-i+2)(n-i+1)}\right]^{\frac{1}{2}},i<j\\-\left[\frac{(n+1)(n-j+1)}{n(n-j+2)}\right]^{\frac{1}{2}},i=j\\0,i>j\end{cases}$	$n>3$	n^2+3n+3
Formula V ^[24]	$I(r)=\omega_0r(\kappa_0)+\omega_1r(\kappa_1)$ $\kappa_0=(\zeta\gamma,0\cdots0),\kappa_1=(\zeta\nu,0\cdots0)$ $\gamma=\sqrt{\frac{n+2}{2}},\nu=\sqrt{\frac{n+2}{n-2}}$ $\omega_0=\frac{4}{(n+2)^2},\omega_1=\frac{(n-2)^2}{(n+2)^2(m-2n)}$	$3\leq n\leq 20$	11~552

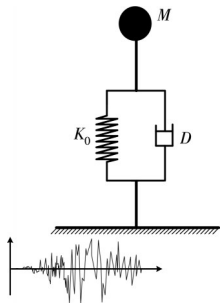


图 2 单自由度模型

Fig.2 Single-degree-of-freedom system

表 2 随机变量的分布特征

Table 2 Distribution characteristics of random variables			
统计量	M/kg	K_0 /(N/m)	D /(N·s/m)
均值	57 041	2 350 000	36 612
变异系数	0.02	0.10	0.02
分布	Normal	Normal	Normal

间上满足均匀分布的点; $j=1,2\cdots N$ 。为保证生成足够数量的激励时程,通过所生成激励的统计均方差与其精确值之间的误差得到,如式(26)所示,其中精确值可通过式(27)计算得到。当相对误差为3%时,所需的地震激励时程最少1 600条即满足容许误差要求,其统计均值与均方差对比如图3所示。

$$e=\frac{\left\|\tilde{\sigma}_{\tilde{x}_k}(t)-\sigma_{\tilde{x}_k}(t)\right\|}{\left\|\sigma_{\tilde{x}_k}(t)\right\|}\leqslant \varepsilon$$

(26)

$$\sigma_{\tilde{x}_k}(t)=\sqrt{\frac{1}{2\pi}\int S_{\tilde{x}_k}(\omega,t)\mathrm{d}\omega}$$

(27)

按照随机振动方法计算响应的功率谱与均方差,如图4和表4所示。从图4可以看出,结构参数不确定对结构响应功率谱具有明显的影响,考虑结构参数不确定后,结构位移响应功率谱值在固有频

表 3 标准正态空间的估计点及权重

Table 3 Estimation points and weights in standard normal space

No.	变量 1	变量 2	变量 3	权重
1	1. 732 05	0	0	0.055 556
2	0	1. 732 05	0	0.055 556
3	0	0	1. 732 05	0.055 556
4	-1. 732 05	0	0	0.055 556
5	0	-1. 732 05	0	0.055 556
6	0	0	-1. 732 05	0.055 556
7	1. 732 05	1. 732 05	0	0.027 778
8	-1. 732 05	1. 732 05	0	0.027 778
9	1. 732 05	-1. 732 05	0	0.027 778
10	-1. 732 05	-1. 732 05	0	0.027 778
11	1. 732 05	0	1. 732 05	0.027 778
12	-1. 732 05	0	1. 732 05	0.027 778
13	1. 732 05	0	-1. 732 05	0.027 778
14	-1. 732 05	0	-1. 732 05	0.027 778
15	0	1. 732 05	1. 732 05	0.027 778
16	0	-1. 732 05	1. 732 05	0.027 778
17	0	1. 732 05	-1. 732 05	0.027 778
18	0	-1. 732 05	-1. 732 05	0.027 778
19	0	0	0	0.333 333 3

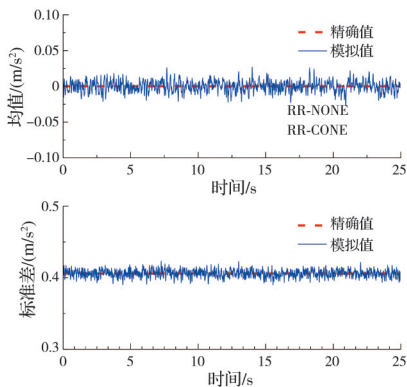


图 3 均值和标准差的模拟值与精确值的对比

Fig. 3 Comparisons of the simulated mean and standard deviation with the exact ones

率处的峰值有所减小,而接近固有频率的功率谱值有所增大,表明结构的频率较未考虑参数不确定时分布更加分散。对比均方根值,考虑结构参数不确定与不考虑时结果误差较大,而容积公式所得的结果更接近MCS值。虽然与MCS计算结果仍有一定误差,但从计算量而言,已大幅降低,可应用于实际工程中。因此,在一定程度上,尤其对于重要性结构、服役时间较长及结构材料特征不确定的结构,不应忽视结构参数不确定的影响,同时可以采用容积公式方法考虑参数不确定性。

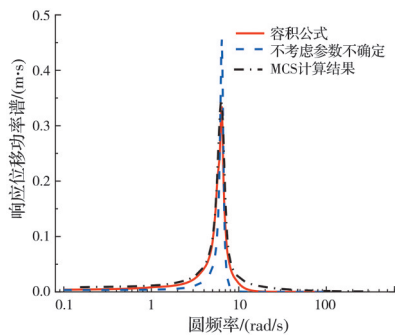


图 4 单自由度位移响应的功率谱

Fig. 4 Power spectrum of SDOF displacement response

表 4 单自由度位移响应的均方差

Table 4 Mean square deviation of the SDOF displacement response

考虑参数不确定				不考虑参数
Formula I	Formula II	Formula III	MCS	不确定
0.895 3	0.876 2	0.848 9	1.108 5	0.687 3

3 核电厂考虑结构参数不确定的随机响应分析

随机地震响应是评估核电厂结构在随机地震动作用下安全性的主要依据。由于地震激励的随机性,对核电厂在超过基准地震动作用下的有效评估是保证核电安全的关键。因此,发展了地震概率风险评估(seismic probability risk assessment, SPRA)等核电厂系统的安全评估方法,包括地震危险性分析及易损性等分析方法。而地震易损性分析通常主要通过有限条地震动从时域空间考虑了记录到记录(Record-to-Record, RTR)的不确定,无法反映地震动的频率信息,而传统的频域分析方法可以从频域空间考查地震动的频率特征及结构的随机响应分布。针对随机结构参数不确定,在Hwang等^[27]提出的BNL(brookhaven national laboratory)方法中,参数不确定通过拉丁超立方抽样考虑,但其计算量大,在实际工程结构中难以实施。孙景江等^[28]通过一次二阶矩考虑了核电厂结构参数不确定的影响,结果表明,结构参数不确定对核电厂结构的失效概率影响较大。因此,为准确评估核电厂的安全性,应考虑结构参数的不确定性。

3.1 核电厂的有限元模型

CAP14000是中国自主研发的新一代核电厂。利用通用大型仿真有限元软件ABAQUS的交互仿真平台对CAP1400核岛结构及周边附属厂房建模。尺寸如图5所示。主要考查地震作用下核岛结构顶部关键点的动力响应,如图6所示。由于核电厂结构的复杂性,在建模时对实际的复杂模型进行了适当简化,不考虑屏蔽厂房内部钢制安全壳及设备的

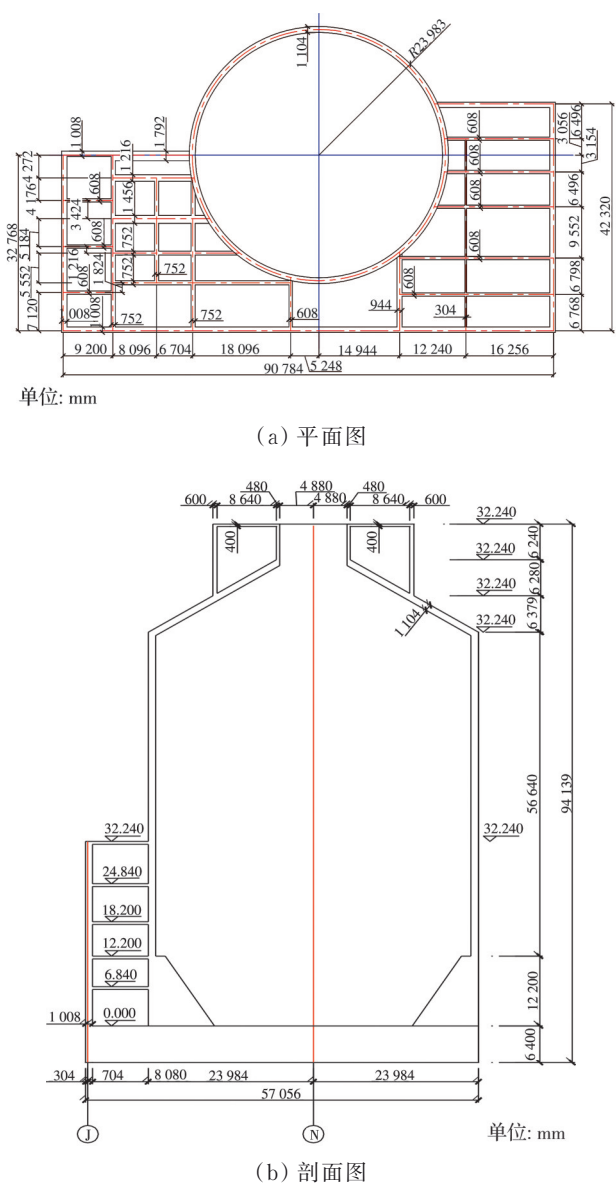


图5 CAP1400核电厂平面与剖面尺寸图
Fig. 5 Plan and section of CAP1400 nuclear power plant

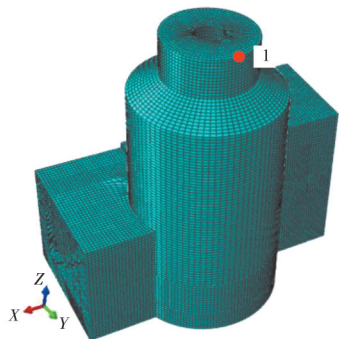


图6 CAP1400核电厂有限元模型及顶部关键点
Fig. 6 Finite element model and top control points of CAP1400 NPP

影响。由于试验过程中结构基本处于弹性状态,钢筋远没有达到屈服状态,因此,在建模过程中仅采用混凝土材料。其中混凝土密度 $\rho=2\,500\text{ kg/m}^3$,

弹性模量 $E_c=3.45\times10^{10}\text{ N/m}^2$,泊松比 $\mu=0.18$ 。采用C3D8R与S4R单元建立混凝土模型,基础底板采用实体单元,屏蔽厂房和辅助厂房采用壳单元。屏蔽厂房和辅助厂房之间以及结构和土体之间采用壳-实体耦合约束,底部边界采用完全固定约束。模型的节点数为84 106,单元数为78 585。

3.2 核电厂结构不确定参数

考虑到核岛结构以混凝土为主要材料,选用混凝土的密度 ρ 、弹性模量 E_c 、泊松比 μ 作为随机变量。由于目前针对核电厂结构不确定性参数之间的相关性研究仍不充分,难以从现有文献获得参数间的相关系数,因此,采用简化分析处理。假设各参数之间相互独立,也不考虑模型参数在结构空间分布上的不确定性,假设3个随机变量的概率信息如表5所示^[10,15]。

表5 结构不确定性参数的概率信息

Table 5 Probability information of structural uncertain parameters

统计量	密度 $\rho/(\text{kg/m}^3)$	弹性模量 $E_c/(\text{N/m}^2)$	泊松比 μ
均值	2 500	3.45×10^{10}	0.18
变异系数	0.02	0.1	0.2
分布	正态分布	对数正态分布	正态分布

3.3 AP1000反应谱对应的等价功率谱

选用AP1000反应谱^[29]对应的功率谱作为输入功率谱,AP1000水平向反应谱如图7所示。根据相关文献研究^[30],首先利用式(28)得到对应的初始功率谱。

$$S(\omega)=\frac{\xi}{\pi\omega}S_a^2(T)\left[-\ln\left(-\frac{\pi}{\omega T_d}\ln p\right)\right]$$
 (28)

式中: T_d 为地震动总持时; ξ 为阻尼比; $S_a(T)$ 为周期为 T 时对应的加速度反应谱值; $\omega=\frac{2\pi}{T}$ 为结构的圆频率; p 为结构响应不超过目标反应谱的概率,当反应谱选用中值谱时,即 $p=0.5$ 。根据式(25)对地面加速度时程进行抽样,计算每个地震动样本的加速度反应谱,获得这些样本下的平均加速度反应谱 $S'_a(T)$,与目标反应谱 $S_a(T)$ 比较后,按式(29)对相应功率谱 $S_x(\omega)$ 进行修正。

$$S_x(\omega)\leftarrow S_x(\omega)\left(\frac{S_a(T)}{S'_a(T)}\right)$$
 (29)

重复以上过程,当平均反应谱 $S'_a(T)$ 与目标反应谱 $S_a(T)$ 满足式(30)时,停止迭代。

$$\frac{\|S'_a(T)-S_a(T)\|}{\|S_a(T)\|}<\varepsilon$$
 (30)

式中:容许误差 $\epsilon=5\%$,此时迭代后的功率谱即为目标反应谱等效的功率谱,如图8所示。

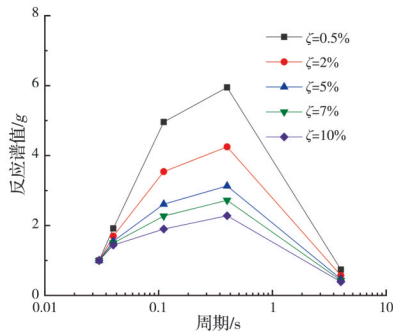


图7 AP1000水平反应谱

Fig.7 AP1000 horizontal response spectrum

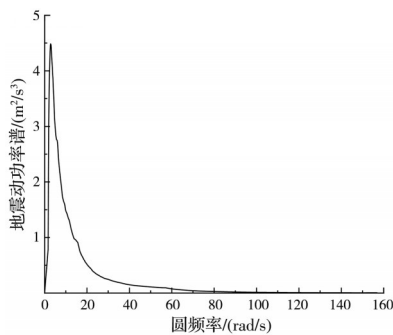


图8 AP1000反应谱的等价功率谱

Fig. 8 Equivalent power spectrum of AP1000 response spectrum

3.4 核电厂结构的随机地震响应分析

得到的核电厂前20阶自振频率如图9所示。将得到的等价功率谱作为输入地震激励功率谱,按照提出的基于容积公式考虑结构参数不确定的随机响应分析方法,通过ABAQUS计算得到核电厂顶点位移的响应功率谱如图10所示。其中RR-NONE为不考虑参数不确定的结构响应功率谱,RR-CON为考虑结构参数不确定性时的结构响应功率谱,得到的结构响应均方根分别为:0.056 85、0.113 57 m。

从图10可看出,结构参数不确定对核电厂结构位移响应功率谱有明显的影响。因自身材料参数的随机性,结构的自振频率使其响应功率谱值在频

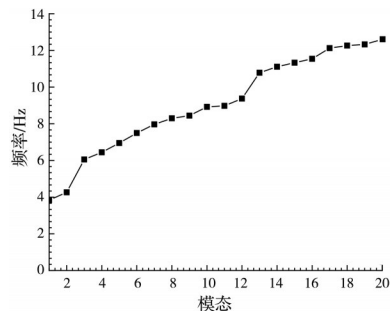


图9 核电厂前20阶自振频率

Fig. 9 First 20 natural frequencies of nuclear power plant

率带宽上分布范围更大,同时结构响应的均方根值也比未考虑参数不确定时更大,表明结构顶部位移响应分布范围更加发散。

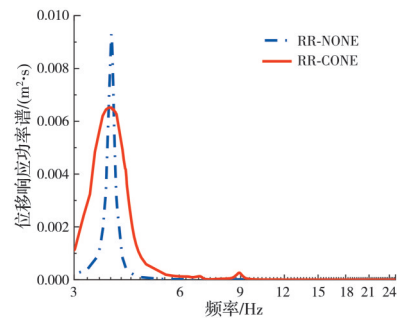


图10 AP1000反应谱的等价功率谱

Fig. 10 Equivalent power spectrum of AP1000 response spectrum

假设核电厂顶部位移响应为零均值的高斯随机过程,按照上述所得均方根可求得核电厂顶部位移响应的概率分布,如图11所示。其中,RD-NONE为不考虑参数不确定的结构响应概率分布,RD-CON为考虑结构参数不确定时的结构响应概率分布。图11表明,结构响应最大值发生的概率因其结构参数不确定性而增大。如当结构顶点响应位移的极限值为0.2 m时,根据图11中两种情况的响应分布可得到不考虑结构参数不确定与考虑结构参数不确定的超越概率,分别为 $2.173\ 8\times 10^{-4}$ 和 $3.911\ 6\times 10^{-2}$ 。因此,不考虑结构参数不确定会低估结构的最大响应值,从而高估结构的安全性。

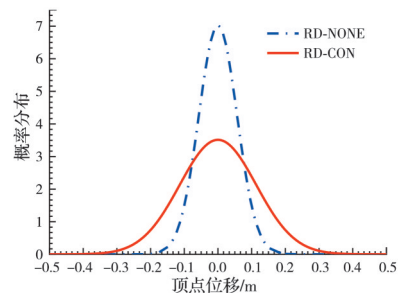


图11 核电厂顶点位移响应分布

Fig. 11 Top displacement response distribution of NPP

4 结论

基于容积公式考虑结构参数不确定性,利用随机振动理论得到结构的随机地震响应,通过单自由度实例验证该方法的准确性,分析参数不确定对结构随机响应的影响。以某核电厂为例计算参数不确定条件下核电厂顶部位移的响应功率谱与均方根值,主要结论如下:

1) 基于容积公式,提出考虑结构参数不确定的随机地震响应分析方法,利用随机振动理论,推导结构参数不确定条件下结构随机响应功率谱的计

算方法,并结合单自由度模型验证了该方法的正确性。

2)结构参数的不确定对随机地震响应分析有明显影响,考虑结构参数不确定后,结构的响应在频率范围上分布更广,同时结构的响应均方差较不考虑结构参数不确定时更大,表明结构的随机响应分布更加发散。

3)考虑核电厂结构参数不确定的随机响应分析结果表明,不考虑结构参数不确定会低估结构的最大地震响应,从而高估结构的可靠性。对于安全等级较高的建筑,应考虑结构参数不确定性的影响。

参考文献

- [1] GB 50267—2019 核电厂抗震设计标准[S].
GB 50267—2019 Standard for seismic design of nuclear power plants[S]. (in Chinese)
- [2] 孙萌, 谭平, 李世渊, 等. 基于实-复混合振型分解的隔震结构等效线性化设计方法研究[J]. 工程抗震与加固改造, 2025, 47(1): 89-98, 106.
Sun M, Tan P, Li S Y, et al. Investigation of the equivalent linearized design method for seismically isolated structures based on real-complex hybrid response spectrum[J]. Earthquake Resistant Engineering and Retrofitting, 2025, 47(1): 89-98, 106. (in Chinese)
- [3] Pang R, Xu B, Zhou Y, et al. Seismic time-history response and system reliability analysis of slopes considering uncertainty of multi-parameters and earthquake excitations[J]. Computers and Geotechnics, 2021, 136: 104245.
- [4] 齐文浩, 陈方晓, 李林芳, 等. 地震动随机性对地表加速度峰值的影响及机理研究[J]. 岩土工程学报, 2023, 45(增刊2): 7-12.
Qi W H, Chen F X, Li L F, et al. Effects and mechanisms of ground vibration randomness on peak surface acceleration[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2023, 45(S2): 7-12.
- [5] Grigoriu M, Soong T W. Random vibration of mechanical and structural systems[M]. Englewood Cliffs: Prentice-Hall, 1933.
- [6] Li J, Chen J B. Stochastic dynamics of structures[M]. Singapore: John Wiley & Sons, 2009.
- [7] Su C, Xu R. Random vibration analysis of structures by a time-domain explicit formulation method[J]. Structural Engineering and Mechanics, 2014, 52(2): 239-260.
- [8] Dahm S, Giesselmann J, Helzel C. Numerical discretisation of hyperbolic systems of moment equations describing sedimentation in suspensions of rod-like particles[J]. Journal of Computational Physics, 2024, 513: 113162.
- [9] Zhu Y H, Li J. The probabilistic inverse problem and its solving method based on probability density evolution theory and convex optimization algorithms[J]. Structural Safety, 2025, 115: 102600.
- [10] Wang X B, Zhao Y G, Weng Y Y. Seismic reliability analysis of CAP1400 nuclear power plant via extreme value distribution method[J]. Nuclear Engineering and Design, 2025, 441: 114172.
- [11] Priestley M B. Power spectral analysis of non-stationary random processes[J]. Journal of Sound and Vibration, 1967, 6(1): 86-97.
- [12] Jiang L Z, Liu S H, Zhou W B, et al. Study on power spectral density curves of track dynamic irregularity caused by earthquake-induced damage[J]. Structures, 2023, 51: 1281-1291.
- [13] de Jong L, Clasen P, Müller M, et al. Uncertainty analysis of limit cycle oscillations in nonlinear dynamical systems with the Fourier generalized Polynomial Chaos expansion[J]. Journal of Sound and Vibration, 2025, 607: 119017.
- [14] Lee D, Wang Z Q, Song J. Efficient seismic reliability and fragility analysis of lifeline networks using subset simulation[J]. Reliability Engineering & System Safety, 2025, 260: 110947.
- [15] Zhao Y G, Qin M J, Lu Z H, et al. Seismic fragility analysis of nuclear power plants considering structural parameter uncertainty[J]. Reliability Engineering & System Safety, 2021, 216: 107970.
- [16] Lu J, Darmofal D L. Higher-dimensional integration with Gaussian weight for applications in probabilistic design[J]. SIAM Journal on Scientific Computing, 2004, 26(2): 613-624.
- [17] Davis R A, Lii K S, Politis D N. Remarks on a multivariate transformation[M]//Selected Works of Murray Rosenblatt. New York, NY: Springer New York, 2011: 49-51.
- [18] Liu P L, Der Kiureghian A. Multivariate distribution models with prescribed marginals and covariances[J]. Probabilistic Engineering Mechanics, 1986, 1(2): 105-112.
- [19] Ghanem R. Ingredients for a general purpose stochastic finite elements implementation [J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 1999, 168: 19-34.
- [20] Migliorati G, Nobile F. Stable high-order randomized cubature formulae in arbitrary dimension[J]. Journal of Approximation Theory, 2022, 275: 105706.
- [21] Mysovskikh I P. The approximation of multiple integrals by using interpolatory cubature formulae[J]. Quantitative Approximation, 1980: 217-243.
- [22] Stroud A H. Approximate calculation of multiple inte-

- grals[M]. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall Mathematics of Computation, 1971.
- [23] Phillips G M. A survey of one-dimensional and multidimensional numerical integration[J]. Computer Physics Communications, 1980, 20(1): 17-27.
- [24] Chen J B, Zhang S H. Improving point selection in cubature by a new discrepancy[J]. SIAM Journal on Scientific Computing, 2013, 35(5): A2121-A2149.
- [25] 孙景江, 江近仁. 与规范反应谱相对应的金井清谱的谱参数[J]. 世界地震工程, 1990, 6(1): 42-48.
- Sun J J, Jiang J R. Spectral parameters of Jinjingqing spectrum corresponding to standard response spectrum [J]. World Earthquake Engineering, 1990, 6(1): 42-48. (in Chinese)
- [26] Shinozuka M, Deodatis G. Simulation of stochastic processes by spectral representation[J]. Applied Mechanics Reviews, 1991, 44(4): 191-204.
- [27] Hwang H, Reich M, Shinozuka M. Structural reliability analysis and seismic risk assessment: BNL-NUREG-34502[R]. Brookhaven National Laboratory, 1984.
- [28] 江近仁, 赵衍刚, 孙爱荣. 核电厂混凝土安全壳的地震可靠性分析[J]. 地震工程与工程振动, 1995, 15(1): 26-35.
- Jiang J R, Zhao Y G, Sun A R. Seismic reliability analysis of concrete containment in nuclear plants[J]. Earthquake Engineering and Engineering Vibration, 1995, 15 (1): 26-35. (in Chinese)
- [29] 秦苗琚, 赵衍刚, 卢朝辉. 核电厂考虑结构参数不确定的地震易损性分析[J]. 地震工程学报, 2023, 45(5): 1241-1250.
- Qin M J, Zhao Y G, Lu Z H. Seismic fragility analysis of nuclear power plants considering structural parameter uncertainties[J]. China Earthquake Engineering Journal, 2023, 45(5): 1241-1250. (in Chinese)
- [30] 胡聿贤. 地震工程学[M]. 北京: 地震出版社, 2006.
- Hu Y X. Earthquake engineering[M]. Beijing: Seismological Press, 2006. (in Chinese)

(编辑 王秀玲)