

DOI: 10.11835/j.issn.2096-6717.2026.052



开放科学(资源服务)标识码OSID:



圆形水工隧洞灌浆式预应力衬砌结构的承载机理

袁明道^{1,2}, 刘宜杰^{1,2}, 杨逢杰¹, 谭彩^{1,2}, 张旭辉¹, 潘展钊¹

(1. 广东省水利水电科学研究院, 广州 510610; 2. 水利部粤港澳大湾区水网全域感知与智能调控技术创新中心, 广州 510610)

摘要: 针对圆形水工隧洞灌浆式预应力衬砌应力场计算与厚度设计问题, 提出一种基于复变函数的幂级数解析解法。该方法通过建立围岩-衬砌的接触关系及应力边界条件, 求解两者的势函数, 实现任意位置应力的精确计算。计算模型可综合考虑地应力场、衬砌支护时机、内外水压、灌浆压力及围岩-衬砌的形状与力学参数对承载体系的影响。为实现衬砌厚度优化设计, 建立衬砌厚度与内边界环向正应力极值的映射关系, 可用于求解满足运行及检修工况结构安全要求的最优衬砌厚度。公式推导和算例研究表明: 无灌浆工况下, 及时支护可对衬砌产生预压效应, 其效果取决于地质条件、支护时机及支护系统参数, 检修工况分析不能忽略该因素; 灌浆预压的核心机制是提高围岩荷载分担比, 围岩质量越优, 灌浆预压潜力越大; 定义拉应力为正、压应力为负时, 衬砌环向正应力最大值位于最小地应力方向, 运行工况下其并非随衬砌厚度单调递增, 最小值位于最大地应力方向, 检修工况下随衬砌厚度单调递增, 综合二者可确定最优厚度。

关键词: 圆形水工隧洞; 预应力衬砌; 灌浆压力; 内外水压; 复变函数理论

中图分类号: TV672 **文献标志码:** A **文章编号:** 2096-6717(XXXX)XX-0001-10

Bearing mechanism of circular hydraulic tunnel grouting prestressed lining structure

YUAN Mingdao^{1,2}, LIU Yijie^{1,2}, YANG Fengjie¹, TAN Cai^{1,2}, ZHANG Xuhui¹,
PAN Zhanzhao¹

(1. Guangdong Research Institute of Water Resources and Hydropower, Guangzhou 510610, P. R. China;
2. Technology Innovation Center for Basin-wide Perception and Intelligent Regulation of Water Networks in the Guangdong-Hong Kong-Macao Greater Bay Area, Ministry of Water Resources, Guangzhou 510610, P. R. China)

Abstract: A power series analytical solution based on complex variable functions is proposed for the calculation of the stress field and thickness design of the grouting prestressed lining of circular hydraulic tunnel. This method establishes the contact relationship and stress boundary conditions between the surrounding rock and the lining, and solves the potential functions of both to achieve precise calculation of the stress at any position. The

收稿日期: 2026-03-03

基金项目: 广东省水利科技创新项目(2026-14, 2024-05, 2025-19)

作者简介: 袁明道(1972-), 男, 博士, 教授级高工, 主要从事水利工程管理和安全评估研究, E-mail: gd13380025964@163.com。
刘宜杰(通信作者), 男, 博士, E-mail: gdsylyj@163.com。

Received: 2026-03-03

Foundation items: Science and Technology Innovation Program from Water Resources of Guangdong Province (Nos. 2026-14, 2024-05, 2025-19)

Author brief: YUAN Mingdao (1972-), PhD, professor-level senior engineer, main research interests: water conservancy project management and safety assessment, E-mail: gd13380025964@163.com.

LIU Yijie (corresponding author), PhD, E-mail: gdsylyj@163.com.

calculation model can comprehensively consider the influence of the in-situ stress field, the timing of lining support, internal and external water pressure, grouting pressure, and the shape and mechanical parameters of the surrounding rock and lining on the bearing system. To achieve the optimal design of the lining thickness, a mapping relationship between the lining thickness and the extreme value of the circumferential normal stress at the inner boundary is further established, which can solve the optimal lining thickness that meets the structural safety requirements under operating and maintenance conditions. The formula derivation and example studies show that: Under the condition without grouting, timely support can produce a pre-compression effect on the lining, and its effect depends on geological conditions, support timing and support system parameters. This factor cannot be ignored in the analysis of maintenance conditions; The core mechanism of grouting pre-compression is to increase the load-sharing ratio of the surrounding rock. The better the quality of the surrounding rock, the greater the potential of grouting pre-compression; When tensile stress is defined as positive and compressive stress as negative, the maximum circumferential normal stress of the lining is located in the direction of the minimum in-situ stress. Under operating conditions, it does not monotonically increase with the lining thickness. The minimum value is located in the direction of the maximum in-situ stress and monotonically increases with the lining thickness under maintenance conditions. Combining the two can determine the optimal thickness.

Keywords: circular hydraulic tunnel; prestressed lining; grouting pressure; internal and external water pressure; theory of complex functions

随着高水头、大断面水工隧洞工程的不断涌现,传统衬砌结构面临内水压力作用下抗拉性能不足、抗渗能力薄弱、裂缝易发育等突出问题,严重制约工程服役寿命与安全冗余^[1-3]。因此,开发经济高效、安全可靠的衬砌技术,提高围岩分担率、优化衬砌厚度、降低工程造价是目前的研究重点^[4-6]。

灌浆式预应力混凝土衬砌作为一种创新型衬砌结构型式,通过在衬砌与围岩间(环形管高压灌浆式衬砌^[3-4,7-9])或双层衬砌间隙(内圈环形灌浆式衬砌^[1-2,10])施加高压灌浆,使混凝土衬砌预先形成压应力,有效抵消内水压力产生的拉应力,同时固结围岩裂隙、改善围岩力学特性,实现衬砌与围岩协同承载,为解决传统衬砌缺陷提供了有效途径^[3-5,9-13],已在湖南黄岑水库^[5]、白山水电站^[3-5,9,13]、北京南水北调东干渠^[10]等工程中成功应用。

尽管灌浆式预应力衬砌技术已在工程实践中取得突破,但其承载机理和设计原则尚不明确,导致设计参数的选取仍依赖工程类比和现场试验手段^[1-2,4,14-15]。现有研究多聚焦于具体工程的施工工艺优化与参数验证,如灌浆孔布置^[9]、灌浆压力取值^[4,9-10,13]、浆液配比设计^[4,9,13]、盾构管片连接螺栓刚度优化^[10]、衬砌厚度优化^[14]等方面;计算则多基于结构-荷载法或厚壁圆筒弹性理论^[1-2]进行简化推导,二者均存在显著局限性:结构-荷载法将衬砌视为主动承载主体、围岩视为被动约束边界,人为割裂了围岩-衬砌共同承载体系,忽视了围岩的主动承载作用;厚壁圆筒弹性理论则依赖“理想均质圆形弹性

圆筒+均匀围压”的简化假设,难以反映地应力非均匀性、开挖卸荷、应力重分布及支护时序等实际工程特征。因此,现有研究对预应力形成与传递规律、衬砌-围岩协同工作机制、复杂荷载下应力重分布特性等核心科学问题的阐释仍显不足。例如,灌浆过程中浆液压力到衬砌有效预应力的转化规律、承载体(围岩、灌浆圈、衬砌)力学参数对运行期内水压传递分配的影响机制,以及不同初始地应力场条件下开挖效应与衬砌支护时机对衬砌受力的作用规律等均尚未得到充分揭示,进而导致理论计算与工程实际存在偏差。基于此,笔者采用平面弹性复变函数方法^[16-17],围绕灌浆式预应力衬砌的承载机理进行研究,以期为该技术的优化设计与工程应用提供理论支撑。

1 无灌浆衬砌力学计算

1.1 基本原理和计算公式

计算模型假定:水工隧洞深埋,衬砌-围岩完全接触,两者联合承载土水荷载,在承载过程中始终处于弹性状态,轴线方向的应变为零,即将水工隧洞承载问题简化为平面应变问题^[17-19]。图1是灌浆式预应力衬砌, $z=re^{i\theta}$,表示研究域内任意点的位置, r 为极径, θ 为极角, p 为初始垂直地应力, λ 为侧压力系数, p_0 为内水压力, p_1 为灌浆压力,将其视为同时作用于衬砌外边界和围岩内边界的均布荷载^[1-2], p_2 为外水压, R_0 为衬砌内边界半径, R_1 是隧洞半径(也是衬砌外边界半径)。图1中去掉灌浆压力

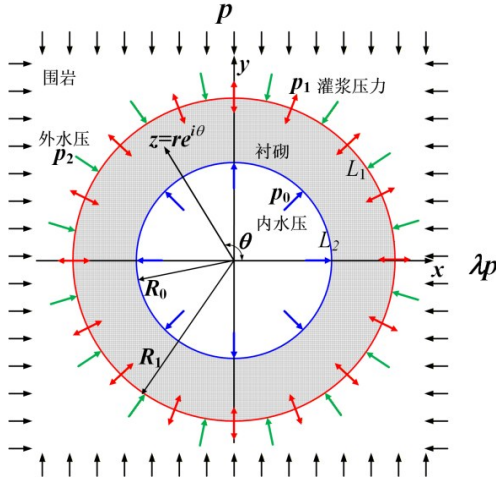


图1 灌浆式预应力衬砌示意图

Fig.1 Schematic diagram of grouting prestressed lining

p_1 及外水压 p_2 即可表示无预应力衬砌,通过文献[17]的平面弹性复变函数方法,可以基于平面应变假

$$AX=B \quad (3)$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 2R_0^2 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 3R_0^4 & 0 & 0 & R_0^2 \\ 0 & 0 & 0 & R_0^2 & 0 & -R_0^6 & 0 & -1 & 0 \\ \kappa_r + G_r/G_c & 0 & 0 & (\kappa_c + 1)G_r/G_c & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & G_r/G_c - 1 & 0 & 0 & (\kappa_c + 1)R_1^2 G_r/G_c & 0 & 0 & 0 & 0 \\ (G_r/G_c - 1)R_1^2 & 0 & 1 - G_r/G_c & 0 & 0 & (\kappa_c + 1)R_1^6 G_r/G_c & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -2R_1^2 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & -3R_1^4 & 0 & 0 & -R_1^2 \\ R_1^2 & 0 & -1 & -R_1^2 & 0 & R_1^6 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B = [-p_0 R_0^2 \quad 0 \quad 0 \quad (1-\eta)(\lambda-1)p\kappa_r R_1^2/2 \quad (1-\eta)(1+\lambda)pR_1^2/2 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0]^T$$

$$X = [c_1 \quad d_1 \quad d_3 \quad e_1 \quad f_1 \quad f_3 \quad g_1 \quad g_3 \quad h_1]^T$$

式中:中间变量 $\kappa_r=3-4\mu_r$, $\kappa_c=3-4\mu_c$, μ_r , μ_c 分别为围岩和衬砌泊松比; G_r , G_c 分别为围岩和衬砌剪切模量, $G_r=E_r/[2(1+\mu_r)]$, $G_c=E_c/[2(1+\mu_c)]$,其中 E_r , E_c 分别为围岩和衬砌杨氏模量; η 为隧洞开挖位移释放系数^[17-18],由掌子面与衬砌段之间的距离决定,表示隧洞在发生总位移的 η 倍后得到支护。

未知系数 c_1 、 d_1 、 d_3 、 e_1 、 f_1 、 f_3 、 g_1 、 g_3 、 h_1 确定后,式(1)、式(2)的势函数即可确定,将其代入式(4)^[16-21]可分别求解衬砌和围岩域内任意处的应力。

$$\begin{cases} \sigma_r + \sigma_\theta = 4\text{Re}[\varphi'(z)] \\ \sigma_\theta - \sigma_r + 2i\tau_{r\theta} = 2e^{2i\theta}[\bar{z}\varphi''(z) + \psi'(z)] \end{cases} \quad (4)$$

式中: σ_r 、 σ_θ 、 $\tau_{r\theta}$ 分别为径向、环向正应力以及剪应力, $\varphi(z)$ 、 $\psi(z)$ 没有下标,可根据代入式(1)或式(2)变更; $\text{Re}[\cdot]$ 为对括号内复数取实部, i 为虚数单位, $i=\sqrt{-1}$;应力规定以拉应力为正、压应力为负。

求解得到衬砌内任意处应力为

定,解析求解圆形水工隧洞无预应力混凝土衬砌仅在初始地应力场、开挖作用和均匀内水压作用下的应力,以及围岩应力重分布的结果。此时衬砌和围岩对应的势函数分别为

$$\begin{cases} \varphi_c(z) = e_1 z^{-1} + f_1 z + f_3 z^3 \\ \psi_c(z) = g_1 z^{-1} + g_3 z^{-3} + h_1 z \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} \varphi_r(z) = -\frac{p(1+\lambda)}{4}z + \frac{p(1-\lambda)}{2}R_1^2 z^{-1} + c_1 z^{-1} \\ \psi_r(z) = -\frac{p(1-\lambda)}{2}z + \frac{p(1+\lambda)}{2}R_1^2 z^{-1} + \frac{p(1-\lambda)}{2}R_1^4 z^{-3} + d_1 z^{-1} + d_3 z^{-3} \end{cases} \quad (2)$$

式中:下标c、r分别表示混凝土衬砌和围岩, c_1 、 d_1 、 d_3 、 e_1 、 f_1 、 f_3 、 g_1 、 g_3 、 h_1 是待定系数,可通过式(3)所示实数线性方程组求解。

$$\begin{cases} \sigma_{r1} = 2f_1 + g_1 r^{-2} + (-4e_1 r^{-2} + 3g_3 r^{-4} - h_1)\cos 2\theta \\ \sigma_{\theta 1} = 2f_1 - g_1 r^{-2} + (12f_3 r^2 - 3g_3 r^{-4} + h_1)\cos 2\theta \\ \tau_{r\theta 1} = (6f_3 r^2 - 2e_1 r^{-2} + 3g_3 r^{-4} + h_1)\sin 2\theta \end{cases} \quad (5)$$

围岩内任意处应力为

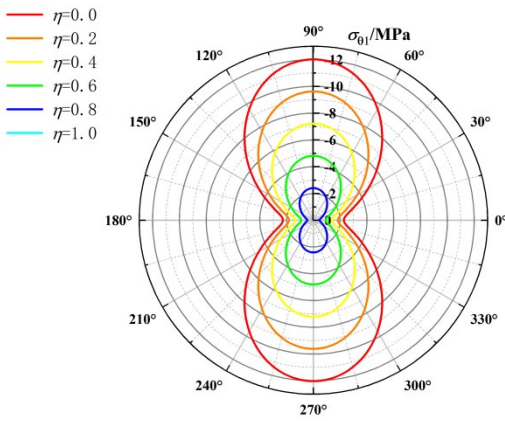
$$\begin{cases} \sigma_{r2} = -(1+\lambda)p/2 + [(1+\lambda)pR_1^2/2 + d_1]/r^2 + \{(1-\lambda)p/2 - 2[(1-\lambda)pR_1^2 + 2c_1]/r^2 + [3(1-\lambda)pR_1^4/2 + 3d_3]/r^4\}\cos 2\theta \\ \sigma_{\theta 2} = -(1+\lambda)p/2 - [(1+\lambda)pR_1^2/2 + d_1]/r^2 - \{(1-\lambda)p/2 + [3(1-\lambda)pR_1^4/2 + 3d_3]/r^4\}\cos 2\theta \\ \tau_{r\theta 2} = -\{(1-\lambda)p/2 + [(1-\lambda)pR_1^2 + 2c_1]/r^2 - [3(1-\lambda)pR_1^4/2 + 3d_3]/r^4\}\sin 2\theta \end{cases} \quad (6)$$

分析可知,即使没有灌浆预压,由于围岩开挖和衬砌及时支护,两者也会相互作用,使衬砌获得“预压效果”,即当隧洞开挖位移释放系数 η 不等于1,内水压 p_0 为0时,式(5)中 $\sigma_{\theta 1}$ 将不为0。

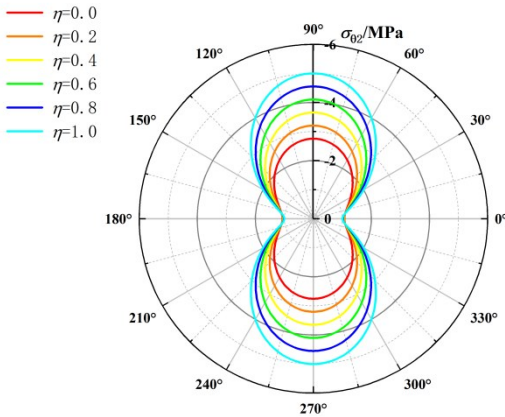
1.2 算例分析

算例相关参数取值为:初始垂直地应力 $p=1.0$

MPa,侧压力系数 $\lambda=2.0$,圆形水工隧洞半径为 $R_1=3.0$ m,衬砌内半径 $R_0=2.5$ m,即衬砌厚度为50 cm,围岩(Ⅳ类)、混凝土(C35)的弹性模量分别为 $E_r=3$ GPa, $E_c=31.5$ GPa,泊松比分别为 $\mu_r=0.32$, $\mu_c=0.17$, η 分别取值0.0、0.2、0.4、0.6、0.8、1.0。将各参数取值代入方程组(3)求解势函数系数 c_1 、 d_1 、 d_3 、 e_1 、 f_1 、 f_3 、 g_1 、 g_3 、 h_1 ,然后将其代入式(5)和式(6),可以得到如图2所示不同位移释放系数条件下衬砌和围岩环向正应力分布情况。



(a) 衬砌内边界环向正应力分布



(b) 围岩内边界环向正应力分布

图2 不同位移释放系数下衬砌、围岩内边界环向正应力分布

Fig.2 The circumferential normal stress distribution of the inner boundaries of the lining and surrounding rock with different η

从图2可以看出:1)随着隧洞位移释放系数 η 从0.0增至1.0($\Delta\eta$ 为0.2),围岩内边界环向正应力 $\sigma_{\theta 2}$ 为压应力且呈增大趋势,在 $\theta=0^\circ$ 和 $\theta=180^\circ$ 附近增幅小,在 $\theta=90^\circ$ 和 $\theta=270^\circ$ 附近增幅显著, $\Delta\sigma_{\theta 2}$ 为0.45 MPa左右;2)和围岩情况相反,衬砌内边界环向正应力 $\sigma_{\theta 1}$ 随着隧洞位移释放系数 η 增大而减小,直至 $\eta=1$ 时, $\sigma_{\theta 1}$ 为0,在 $\theta=0^\circ$ 和 $\theta=180^\circ$ 附近减小幅

度小,在 $\theta=90^\circ$ 和 $\theta=270^\circ$ 附近减小幅度大, $\Delta\sigma_{\theta 1}$ 为2.40 MPa左右;3)围岩和衬砌环向正应力大小关系视位移释放系数而定,基于本节参数, η 较小时,衬砌内边界环向正应力 $\sigma_{\theta 1}$ 大于围岩内边界环向正应力 $\sigma_{\theta 2}$, η 较大时两者大小关系相反。

上述现象说明,隧洞开挖后若是及时支护,越接近0,围岩与衬砌的接触挤压会越显著,开挖引起的山岩应力释放会更多传递至衬砌,使其环向正应力为压应力,形成预压效果,预应力分布如图1所示,呈“8”字形, $\sigma_{\theta 1}$ 和 $\sigma_{\theta 2}$ 最大值均位于最小地应力方向,两者大小关系视地应力场、围岩-衬砌联合支护系统参数和开挖时机而定。

若不考虑隧洞开挖引起衬砌预压,围岩-衬砌联合承载内水压,可令位移释放系数 η 为1.0,内水压 p_0 暂设定为0.5 MPa,采用1.1节方法求解此时衬砌环向正应力 $\sigma_{\theta 1}$ 为2.01 MPa(拉应力)。对比该结果和图2所示结果可知,隧洞开挖和及时支护引起的预压应力可以很大程度覆盖内水压引起的衬砌环向拉应力,使其仍处于压应力或低拉应力状态,但在最小地应力方向($\theta=0^\circ$ 和 $\theta=180^\circ$)附近效果最弱。现有研究大多忽略隧洞开挖引起的预压效果,将其视为高内水压作用下衬砌支护设计的安全储备,偏向保守。

2 灌浆式预应力衬砌力学计算

2.1 基本原理和公式

灌浆式预应力混凝土衬砌预应力的施加通过在衬砌与围岩间施加高压灌浆实现,在运行时期压浆环也视为衬砌的一部分^[11-12]。将灌浆视为在衬砌外边界和围岩内边界同时作用大小相等的均布压应力 p_1 ,即内水压可经由衬砌无损传递至围岩,围岩-衬砌完全接触,法向接触力连续,且接触面变形协调^[1-2]。那么,在式(1)和式(2)表示的围岩和衬砌势函数的基础上需要增加代表灌浆作用的势函数项。

对于衬砌来说,灌浆是在其外边界施加均布压应力 p_1 ,对应的势函数组合为^[20]

$$\begin{cases} \Delta\varphi_c(z) = -\frac{p_1 R_1^2}{2(R_1^2 - R_0^2)} z; \\ \Delta\psi_c(z) = \frac{p_1 R_0^2 R_1^2}{R_1^2 - R_0^2} z^{-1} \end{cases} \quad (7)$$

对于围岩来说,灌浆是在其内边界施加均布压应力 p_1 ,对应的势函数组合为^[20]

$$\begin{cases} \Delta\varphi_r(z) = 0; \\ \Delta\psi_r(z) = -p_1 R_1^2 z^{-1} \end{cases} \quad (8)$$

将 $\varphi_c(z) + \Delta\varphi_c(z)$ 和 $\psi_c(z) + \Delta\psi_c(z)$, $\varphi_r(z) + \Delta\varphi_r(z)$

和 $\phi_r(z) + \Delta\phi_r(z)$ 分别代入式(4)可求解施加灌浆压力 p_1 后衬砌和围岩域内任意处的应力分量为

$$\begin{cases} \sigma_{r1}^g = \sigma_{r1} + \frac{p_1 R_1^2}{R_1^2 - R_0^2} \left(\frac{R_0^2}{r^2} - 1 \right) \\ \sigma_{\theta 1}^g = \sigma_{\theta 1} - \frac{p_1 R_1^2}{R_1^2 - R_0^2} \left(\frac{R_0^2}{r^2} + 1 \right) \end{cases} \quad (9)$$

$$\begin{cases} \sigma_{r2}^g = \sigma_{r2} - p_1 R_1^2 r^{-2} \\ \sigma_{\theta 2}^g = \sigma_{\theta 2} + p_1 R_1^2 r^{-2} \end{cases} \quad (10)$$

在式(9)和式(10)中,等式右边第2项即为灌浆压力 p_1 在衬砌和围岩中引起的应力增量,可以看出其值与灌浆压力 p_1 成正比,两者在内边界处转换比例 α 为

$$\alpha = -2 \frac{R_0^2}{R_1^2 - R_0^2} \quad (11)$$

由式(9)~式(11)可知,衬砌获得预压作用的代价是围岩环向正应力从压应力向拉应力发展,围岩分担率提高,通俗地讲,衬砌的环向压应力是通过灌浆操作从围岩处转移得到的,因此,式(11)转换比例 α 为负值,围岩质量越好,灌浆预压潜力越高。

值得说明的是,上述内容忽略了外水压的作用,是因为灌浆式预应力混凝土衬砌施作前期往往需要进行固结灌浆^[7-8],加之预应力灌浆压力较高,水泥浆液可以填到缝宽为 0.1~0.3 mm 的微细裂隙中,不进浆的裂隙亦被压密,因而使得衬砌和围岩的抗渗能力大大提高^[5]。当然,若地下水影响突出或水工隧洞工程等级较高,可以参考文献[21],将

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 2R_0^2 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 3R_0^4 & 0 & 0 & R_0^2 \\ 0 & 0 & 0 & R_0^2 & 0 & -R_0^6 & 0 & -1 & 0 \\ -\kappa_r/G_r & 0 & 0 & \kappa_c/G_c & 0 & -3R_1^4/G_c & 0 & 0 & -R_1^2/G_c \\ 0 & -1/G_r & 0 & 0 & (1-\kappa_c)R_1^2/G_c & 0 & 1/G_c & 0 & 0 \\ R_1^2/G_r & 0 & -1/G_r & -R_1^2/G_c & 0 & -\kappa_c R_1^6/G_c & 0 & 1/G_c & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & -3R_1^4 & 0 & 0 & -R_1^2 \\ -R_1^2 & 0 & 1 & R_1^2 & 0 & -R_1^6 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -2R_1^2 & 0 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$D = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \frac{(1-\eta)(1-\lambda)p\kappa_r R_1^2}{2G_r} & \frac{(1-\eta)(1+\lambda)pR_1^3}{2G_r} + \frac{R_1(\kappa_c-1)(p_0 R_0^2 - p_2 R_1^2)}{2(R_1^2 - R_0^2)G_c} - \frac{(p_2 - p_0)R_0^2 R_1^2}{G_c(R_1^2 - R_0^2)} & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T$$

$$X = [c_1 \quad d_1 \quad d_3 \quad e_1 \quad f_1 \quad f_3 \quad g_1 \quad g_3 \quad h_1]^T$$

以上仅考虑内外水压作用,若考虑灌浆效应,需在式(13)、式(14)基础上增加代表灌浆作用的势函数项,即式(7)和式(8),整理为

$$\begin{cases} \varphi_c^{\text{ult}}(z) = e_1 z^{-1} + F_1 z + f_3 z^3 \\ \psi_c^{\text{ult}}(z) = G_1 z^{-1} + g_3 z^{-3} + h_1 z \end{cases} \quad (16)$$

其等效为作用于衬砌外边界的均布压力(见图1)。

2.2 考虑内外水压力的灌浆式预应力衬砌

《水工隧洞设计规范》(NB/T 10391—2020)和《水工隧洞设计规范》(SL 279—2016)中规定,作用在水工隧洞混凝土衬砌外表面上的外水压力 p_2 可按式(12)计算^[7-8]。

$$p_2 = \beta_e \gamma_w h_e \quad (12)$$

式中: β_e 为外水压折减系数, γ_w 为水的重度, h_e 为地下水位线至隧洞衬砌计算点的作用水头。

根据文献[21],若考虑内外水压作用,衬砌和围岩对应的势函数分别为

$$\begin{cases} \varphi_c^w(z) = e_1 z^{-1} + f_1 z + f_3 z^3 + \frac{p_0 R_0^2 - p_2 R_1^2}{2(R_1^2 - R_0^2)} z \\ \psi_c^w(z) = g_1 z^{-1} + g_3 z^{-3} + h_1 z + \frac{(p_2 - p_0)R_0^2 R_1^2}{R_1^2 - R_0^2} z^{-1} \end{cases} \quad (13)$$

$$\begin{cases} \varphi_r^w(z) = -\frac{p(1+\lambda)}{4} z + \frac{p(1-\lambda)}{2} R_1^2 z^{-1} + c_1 z^{-1} \\ \psi_r^w(z) = -\frac{p(1-\lambda)}{2} z + \frac{p(1+\lambda)}{2} R_1^2 z^{-1} + \frac{p(1-\lambda)}{2} R_1^4 z^{-3} + d_1 z^{-1} + d_3 z^{-3} \end{cases} \quad (14)$$

式中:同样沿用 $c_1, d_1, d_3, e_1, f_1, f_3, g_1, g_3, h_1$ 为待定系数,但用以确定系数的实数线性方程组不再是式(3),更新为式(5)。

$$CX = D \quad (15)$$

$$\begin{cases} \varphi_r^{\text{ult}}(z) = -\frac{p(1+\lambda)}{4} z + \frac{p(1-\lambda)}{2} R_1^2 z^{-1} + c_1 z^{-1} \\ \psi_r^{\text{ult}}(z) = -\frac{p(1-\lambda)}{2} z + \frac{p(1+\lambda)}{2} R_1^2 z^{-1} + \frac{p(1-\lambda)}{2} R_1^4 z^{-3} + D_1 z^{-1} + d_3 z^{-3} \end{cases} \quad (17)$$

式中

$$F_1 = f_1 + \frac{p_0 R_0^2 - p_2 R_1^2}{2(R_1^2 - R_0^2)} - \frac{p_1 R_1^2}{2(R_1^2 - R_0^2)};$$

$$G_1 = g_1 + \frac{(p_2 - p_0) R_0^2 R_1^2}{R_1^2 - R_0^2} + \frac{p_1 R_0^2 R_1^2}{R_1^2 - R_0^2};$$

$$D_1 = d_1 - p_1 R_1^2 z^{-1}$$

整理成如式(16)、式(17)这种形式的原因是可以按照应力推导过程,将势函数 $\varphi_c^{\text{ult}}(z)$ 和 $\varphi_e^{\text{ult}}(z)$ 、 $\varphi_r^{\text{ult}}(z)$ 和 $\varphi_s^{\text{ult}}(z)$ 分别代入式(4),求解叠加内外水压作用和灌浆作用后的衬砌和围岩域内任意处的应力,得到 σ_{r1}^{ult} 、 $\sigma_{\theta1}^{\text{ult}}$ 、 $\tau_{r\theta1}^{\text{ult}}$ 和 σ_{r2}^{ult} 、 $\sigma_{\theta2}^{\text{ult}}$ 、 $\tau_{r\theta2}^{\text{ult}}$,新的表达式仅需将式(5)、式(6)中的 f_1 、 g_1 、 d_1 替换成式(16)、式(17)中的 F_1 、 G_1 、 D_1 。

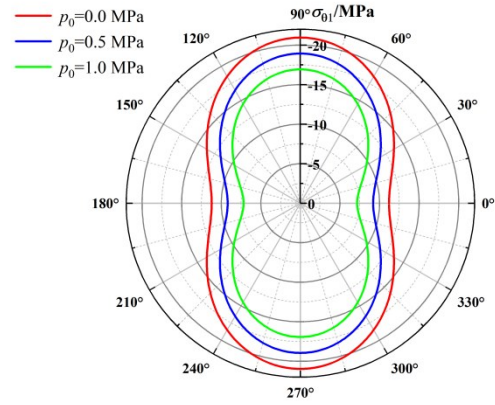
2.3 考虑内外水压作用的灌浆式预应力衬砌算例分析

算例同时考虑内外水压和灌浆压力作用,计算衬砌环向正应力并分析其分布规律。令位移释放系数 η 为0.0,外水压 p_2 为0.5 MPa,灌浆压力 p_1 为1.0 MPa,内水压 p_0 分别为0.0 MPa、0.5 MPa、1.0 MPa,其余参数取值与1.2节相同。将参数值代入方程组(15)求解势函数系数 c_1 、 d_1 、 d_3 、 e_1 、 f_1 、 f_3 、 g_1 、 g_3 、 h_1 ,然后将其代入式(16)和式(17),可以得到如图3所示不同内水压条件下衬砌和围岩环向正应力分布情况。

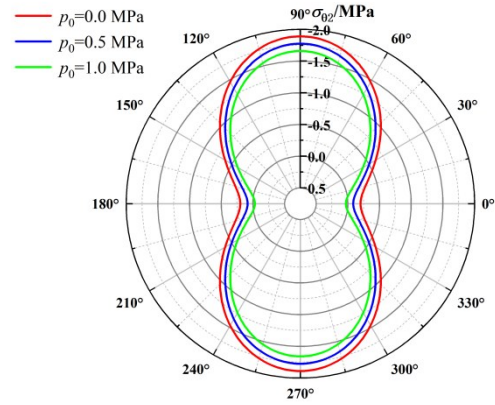
从图3可以看出:1)随着内水压 p_0 从0.0增至1.0 MPa(Δp_0 为0.5 MPa),衬砌和围岩内边界环向正应力 $\sigma_{\theta1}$ 和 $\sigma_{\theta2}$ 均增大, $\Delta\sigma_{\theta1}$ 和 $\Delta\sigma_{\theta2}$ 分别为2.01 MPa和0.12 MPa左右, p_0 为1.0 MPa时,围岩内边界 $\theta=0^\circ$ 和 $\theta=180^\circ$ 甚至出现拉应力,存在开裂可能,应引起注意;2)位移释放系数 η 为0.0,内水压 p_0 为0.0 MPa对应水工隧洞检修工况,此时衬砌环向正应力 $\sigma_{\theta1}$ 在内边界 $\theta=90^\circ$ 和 $\theta=270^\circ$ 达到最大压应力值,为20.97 MPa,为结构安全考虑,衬砌设计时,该值应小于混凝土允许压应力。

2.4 开挖和灌浆效应引起的预应力分析

由于模型采用线弹性假定,衬砌的预应力是开挖效应和灌浆效应线性叠加的结果,可通过衬砌内边界环向正应力表征。基于1.1节和2.2节方法可分别计算两种预应力大小:1)令侧压力系数 $\lambda=1.0$,使预应力均匀分布,其余参数按照1.2节算例取值,计算 η 分别为0.0、0.2、0.4、0.6、0.8、1.0时衬砌内边界环向正应力结果,可反映开挖效应引起的预压作用;2)令内水压 p_0 和外水压 p_2 均为零,位移释放系数 η 为1.0,计算灌浆压力 p_1 分别为0.0、0.2、0.4、0.6、0.8、1.0 MPa时衬砌内边界环向正应力结果,可反映灌浆效应引起的预压作用。两者对比结果如图4所示。



(a) 衬砌内边界环向正应力分布



(b) 围岩内边界环向正应力分布

图3 不同内水压下衬砌、围岩内边界环向正应力分布
Fig.3 The circumferential normal stress distribution of the inner boundaries of the lining and surrounding rock with different p_0

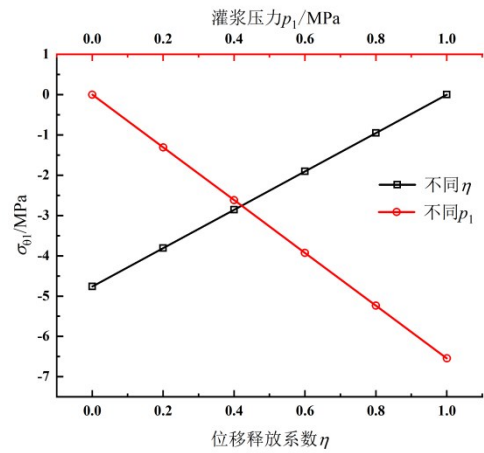


图4 开挖和灌浆对衬砌内边界环向正应力的影响
Fig.4 Effect of excavation and grouting on circumferential normal stress at the inner boundary of lining

由图4可以看出,开挖和灌浆均可在衬砌中赋存预压应力,在本节参数条件下,两类预应力值均

处于 0~10MPa 范围内;预应力大小和位移系数 η 线性负相关, $\Delta\eta=0.2$ 对应 $\Delta\sigma_{01}=0.95\text{MPa}$,而与灌浆压力 p_1 线性正相关, $\Delta p_1=0.2\text{MPa}$ 对应 $\Delta\sigma_{01}=1.31\text{MPa}$,该结论在 1.2 节和式(9)中也有所体现。另外,从求解过程可以看出,开挖和灌浆独立产生预应力,需要根据工程实际和施工方案才能定量计算其对预应力最终结果的贡献权重。

综上所述,该方法量化了内外水压、灌浆压力、地应力场、衬砌支护时机、围岩-衬砌截面形状参数和力学参数对水工隧洞围岩和衬砌的应力场的影响,工程上最关心的衬砌内边界环向正应力 σ_{01} 分布规律也可采用基于本方法形成的程序求解。

3 灌浆式预应力衬砌厚度确定方法

3.1 基本原理和计算公式

在保证衬砌结构留有足够安全余裕的前提下,优化衬砌厚度、降低工程造价是预应力衬砌工程的重点研究目标。《水工隧洞设计规范》(NB/T 10391—2020)和《水工隧洞设计规范》(SL 279—2016)均规定,灌浆式预应力衬砌厚度不宜小于 0.3 m 且要通过结构强度计算后确定,需满足两种强度条件,按运行工况的荷载组合计算混凝土的抗拉强度,按检修(或施工)工况的荷载组合计算混凝土的抗压强度^[7-8]。

因此,对于运行工况,在高内水压、预应力与其他荷载组合作用下,衬砌内边界环向正应力 σ_{01}^{ult} 应满足

$$\max(\sigma_{01}^{\text{ult}}) \leq \sigma_{\text{ct}}, \eta = 1.0, P_1 = \beta_g p_1, p_2 = 0.0 \quad (18)$$

式中: σ_{ct} 为判别混凝土开裂的拉应力取值,为正值, η 为 1.0,表示不考虑隧洞开挖引起的衬砌预压效果, P_1 是灌浆压力 p_1 折减后的结果, β_g 为折减系数, $0 \leq \beta_g \leq 1$,视灌浆效果取值;运行工况时,外水压 p_2 对衬砌承载是起增益作用的,因此取 0.0。

对于检修(或施工)工况,内水压力 p_0 为 0.0,在隧洞开挖预压、外水压力及灌浆预应力作用下衬砌内边界环向正应力 σ_{01}^{ult} 应满足

$$\min(\sigma_{01}^{\text{ult}}) \geq \sigma_{\text{cc}}, \eta = 0.0, P_1 = p_1, p_2 = \max(p_2) \quad (19)$$

式中: σ_{cc} 为混凝土允许压应力,为负值; η 为 0.0 表示最大程度考虑隧洞开挖引起的预压作用,且灌浆压力 p_1 不做折减处理,另外,外水压 p_2 取最大值。

3.2 预应力衬砌厚度设计讨论与分析

3.2.1 算例

举例说明灌浆式预应力衬砌厚度计算过程,假定设计内水压 p_0 为 1.0 MPa,混凝土开裂的拉应力 σ_{ct} 为 2.2 MPa,混凝土允许压应力 σ_{cc} 为 -23.4 MPa,运行工况时,参考白山水电站预应力松弛情况, β_g 取

0.5^[4-5,9],其余参数取值和 1.2 节和 2.2 节相同,衬砌厚度为 t ($0.3\text{ m} \leq t \leq 0.6\text{ m}$),因此,圆形水工隧洞半径 R_1 为 $2.5+t$ 。按照 2.2 节方法,可以求解运行工况下衬砌内边界环向正应力最大值 $\max(\sigma_{01}^{\text{ult}})$ 和衬砌厚度 t 的对应关系,以及检修工况下衬砌内边界环向正应力最小值 $\min(\sigma_{01}^{\text{ult}})$ 和衬砌厚度 t 的对应关系,令 $\Delta t=1\text{ cm}$,结果如图 5 所示。

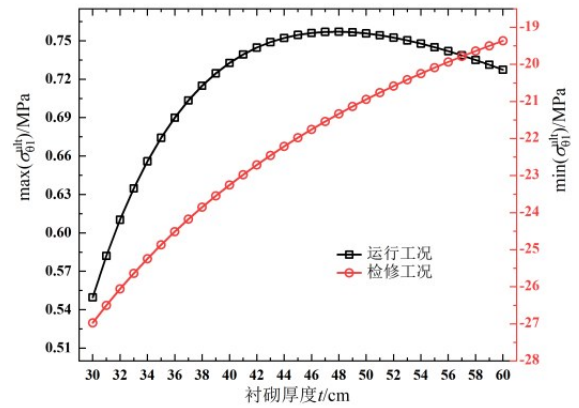


图 5 不同衬砌厚度下的衬砌内边界环向正应力

Fig.5 The circumferential normal stress distribution of the inner boundaries of the lining with different t

由图 5 可以看出:1)运行工况下,衬砌内边界环向正应力最大值 $\max(\sigma_{01}^{\text{ult}})$ 不随衬砌厚度 t 单调递增,而是在 $30\text{ cm} \leq t < 48\text{ cm}$ 时急剧增大, t 为 48 cm 时达到极大值 0.75 MPa(拉应力), $t > 48\text{ cm}$ 时缓慢减小,在此算例参数条件下,没有出现 $\max(\sigma_{01}^{\text{ult}})$ 大于 σ_{ct} 的情况,因此,运行工况不再是衬砌厚度设计的约束条件;2)检修工况下,衬砌内边界环向正应力最小值 $\min(\sigma_{01}^{\text{ult}})$ 随着衬砌厚度 t 单调递增,表明衬砌越厚越安全,在厚度 t 为 30 cm 时 $\min(\sigma_{01}^{\text{ult}})$ 达到最大压应力值 26.97 MPa,超过了混凝土允许压应力 σ_{cc} ,当厚度 t 为 39 cm 时, $\min(\sigma_{01}^{\text{ult}}) = \sigma_{\text{cc}} = -23.4\text{ MPa}$,因此衬砌设计厚度 t 应不小于 39 cm;3)综合运行工况和检修工况不同厚度 t 条件下衬砌内边界环向正应力的情况,衬砌设计厚度应取 39 cm。

3.2.2 围岩类别对灌浆式预应力衬砌厚度设计的影响

灌浆预压的实质是提高围岩荷载分担比,围岩质量是实施灌浆预压的前提条件,因此,通过控制变量法,分析围岩类别对预应力衬砌厚度选择的影响。取 II、III、IV、V 类围岩,材料参数包括弹性模量和泊松比取值如表 1 所示,其余参数保持不变,求解运行工况下衬砌内边界环向正应力最大值 $\max(\sigma_{01}^{\text{ult}})$ 和衬砌厚度 t 的对应关系,检修工况下衬砌内边界环向正应力最小值 $\min(\sigma_{01}^{\text{ult}})$ 和衬砌厚度 t 的对应关系,同样令 $\Delta t=1\text{ cm}$,结果如图 6 所示。

表 1 围岩物理力学参数^[22]
Table 1 Physical and mechanical parameters of surrounding rock^[22]

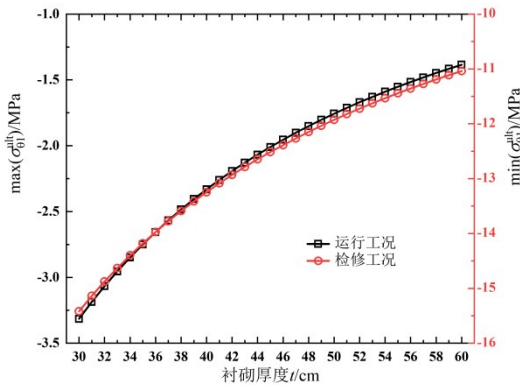
围岩类别	弹性模量 E/GPa	泊松比 μ
II	20	0.26
III	10	0.28
IV	3	0.32
V	0.5	0.4

从图 6 可以看出:1)检修工况不同围岩类别条件下,衬砌内边界环向正应力 $\min(\sigma_{\theta 1}^{\text{ult}})$ 均随着衬砌厚度 t 单调递增,衬砌越厚越安全,对于 II、III 类围岩,在厚度 t 为 30 cm 时, $\min(\sigma_{\theta 1}^{\text{ult}})$ 均未超过混凝土允许压应力 σ_{cc} ;对于 IV 类围岩,厚度 t 等于 39 cm 时, $\min(\sigma_{\theta 1}^{\text{ult}})$ 等于混凝土允许压应力 σ_{cc} ;对于 V 类围岩,衬砌厚度 t 为 60 cm 时, $\min(\sigma_{\theta 1}^{\text{ult}}) = -30.61 \text{ MPa}$,仍超过了混凝土允许压应力 σ_{cc} 。2)运行工况不同围岩类别条件下,衬砌内边界环向正应力最大值 $\max(\sigma_{\theta 1}^{\text{ult}})$ 对应不同衬砌厚度 t 的变化规律并不相同:对于 II、III 类

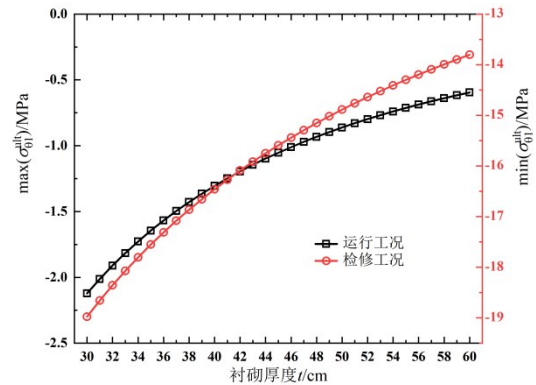
围岩,衬砌内边界环向正应力 $\max(\sigma_{\theta 1}^{\text{ult}})$ 随衬砌厚度 t 单调递增, $\max(\sigma_{\theta 1}^{\text{ult}})$ 均小于混凝土允许拉应力值 σ_{ct} ,且为压应力状态,结构安全;对于 IV 类围岩,衬砌内边界环向正应力 $\max(\sigma_{\theta 1}^{\text{ult}})$ 随衬砌厚度 t 先增后减,但 $\max(\sigma_{\theta 1}^{\text{ult}})$ 始终小于 σ_{ct} ;对于 V 类围岩,衬砌内边界环向正应力 $\max(\sigma_{\theta 1}^{\text{ult}})$ 随衬砌厚度 t 单调递减,衬砌厚度 t 等于 44.5 cm 时, $\max(\sigma_{\theta 1}^{\text{ult}})$ 等于混凝土允许拉应力 σ_{ct} ;因此,对于 II、III、IV 类围岩,运行工况不再是衬砌厚度设计的约束条件,但对于 V 类围岩,衬砌设计厚度应大于 44.5 cm。3)综上所述,对于 II、III 围岩,衬砌厚度取 30 cm 即可满足运行和检修工况下结构安全要求;对于 IV 类围岩,衬砌设计厚度应取 39 cm;对于 V 类围岩,即使衬砌厚度取 60 cm,结构内部应力仍超过允许值,需继续加厚,代价高昂,因此不推荐通过灌浆施加预应力。

4 展望

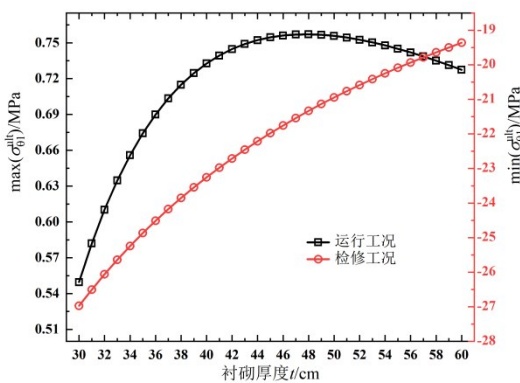
基于复变函数幂级数方法,构建了环形管高压



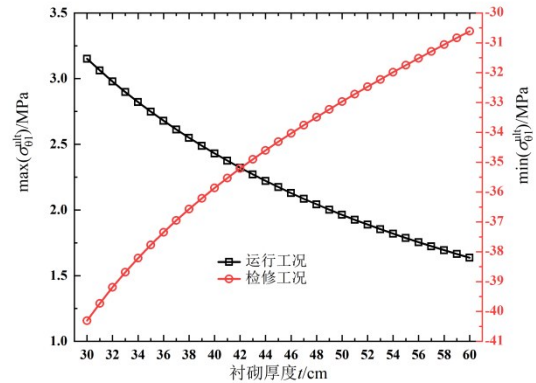
(a) II 类围岩



(b) III 类围岩



(c) IV 类围岩



(d) V 类围岩

图 6 不同围岩类别不同衬砌厚度下的衬砌内边界环向正应力

Fig.6 The circumferential normal stress distribution of the lining inner boundary with different t and different surrounding rock grades

灌浆式衬砌承载计算模型,为该技术提供了新的弹性解计算框架,但研究仍存在若干局限,后续需聚焦以下关键方向深化拓展:1)材料非线性与损伤效应的纳入。笔者将围岩、衬砌均限定于弹性范畴,未考虑围岩开裂、塑性屈服及衬砌混凝土损伤演化对承载体系的影响,后续可在现有框架中引入塑性/断裂理论,对比弹性解与非线性模型的内力分布差异,揭示损伤发展对预应力传递效率的削弱机制,完善承载机理的完整性。2)预应力长期松弛机制的量化分析。笔者采用经验性折减系数简化处理混凝土收缩、徐变及围岩流变引发的预应力损失,偏于理想化,后续应融入流变理论与干缩效应模型^[23],建立预应力松弛的时变计算方法,通过与弹性解的长期效应对比,明确松弛对衬砌长期承载安全性的影响规律。3)非均匀荷载与复杂工况的适配优化。笔者假定灌浆压力均布,但实际上,因围岩渗透性大小不一等复杂因素,沿隧洞周边预压应力值分布常具有不均匀性^[4,9,15];后续可通过修正模型边界条件(如模拟非均匀预压分布),叠加地应力与开挖扰动的影响,拓展弹性解对复杂地质工况的适应性,分析非均匀荷载下衬砌应力重分布特征与弹性解的偏差范围。

5 结论

通过复变函数幂级数解法构建了圆形水工隧洞灌浆式预应力衬砌承载的力学计算模型,可考虑地应力场、衬砌支护时机、衬砌内外水压、灌浆压力、围岩-衬砌截面形状参数和力学参数对混凝土衬砌-围岩承载体系的影响;在此基础上,根据水工隧洞运行工况和检修工况对应的不同荷载组合和控制条件,提出采用绘图法描述预应力衬砌内边界环向正应力极值和衬砌厚度的关系,继而确定最优衬砌设计厚度。通过公式推导和算例研究,重点分析了支护时机(位移释放系数)、内水压、衬砌厚度对灌浆式预应力衬砌承载体系的影响,得到以下结论:

1)若衬砌支护及时,可对衬砌形成初始预压,效果视地质条件、支护时机和支护系统参数而定,和位移释放系数呈线性负相关。对运行工况来说,其为有利荷载,衬砌厚度设计时应忽略其增益效果,将其视为安全储备,保守设计,但对检修工况来说,其为不利荷载项,衬砌厚度设计时不能忽略。

2)灌浆预压作用使衬砌积蓄环向压应力,其代价是围岩环向正应力趋向于拉应力,因此,灌浆预压的实质是提高围岩荷载分担比,围岩质量是实施灌浆预压的前提条件,需适当开展固结灌浆并保证

其施工质量。

3)开挖和灌浆独立产生预应力,需要根据工程实际和施工方案才能定量计算其对预应力最终结果的贡献权重。

4)若以拉应力为正,压应力为负,衬砌环向正应力最大值则位于最小地应力方向,运行工况条件下,其对应不同衬砌厚度的变化规律并不单调,受围岩类别影响,围岩质量越好,衬砌设计厚度越小;衬砌环向正应力最小值位于最大地应力方向,检修工况条件下,其随衬砌厚度单调递增;综合二者结果可确定最优衬砌设计厚度。

参考文献

- [1] 朱悦悦,刘成.输水隧洞灌浆式预应力衬砌结构承载机理研究[J].水利水运工程学报,2022(6):146-155.
Zhu Y Y, Liu C. Study on bearing mechanism of grouting prestressed lining structure of water conveyance tunnel[J]. Hydro-Science and Engineering, 2022(6): 146-155. (in Chinese)
- [2] 朱悦悦.圆形水工隧洞不同衬砌结构的承载特性研究[D].南京:南京林业大学,2023.
Zhu Y Y. Study on bearing characteristics of different lining structures of circular hydraulic tunnel[D]. Nanjing: Nanjing Forestry University, 2023. (in Chinese)
- [3] 王晋瑛.压力隧洞预应力混凝土衬砌浅谈[J].贵州水力发电,2003,17(4):29-31.
Wang J Y. Preliminary discuss about pre-reinforce concrete liner in pressure tunnel[J]. Guizhou Water Power, 2003, 17(4): 29-31. (in Chinese)
- [4] 王永年.水工压力隧洞素混凝土高压灌浆预应力衬砌[J].东北水利水电,1987,5(2):28-33.
Wang Y N. Plain concrete high-pressure grouting prestressed lining of hydraulic pressure tunnel[J]. Water Resources & Hydropower of Northeast China, 1987, 5 (2): 28-33. (in Chinese)
- [5] 电力部东北勘测设计院预应力灌浆试验组.白山水电站压力隧洞灌浆式预应力衬砌的试验研究[J].水力发电,1981,7(1):10-18.
Prestressed Grouting Test Group of Northeast Investigation and Design Institute of the Ministry of Electric Power Industry. Experimental study on grouting prestressed lining of pressure tunnel of Baishan Hydropower Station [J]. Water Power, 1981, 7(1): 10-18. (in Chinese)
- [6] 袁明道,刘宜杰,黄本胜,等.深埋压力管道联合承载分担率计算方法[J].隧道与地下工程灾害防治,2025,7(4):21-32.
Yuan M D, Liu Y J, Huang B S, et al. Calculation method of combined load-sharing ratio of deep-buried pressure pipelines[J]. Hazard Control in Tunnelling and

- Underground Engineering, 2025, 7(4): 21-32. (in Chinese)
- [7] NB/T 10391—2020 水工隧洞设计规范[S].
NB/T 10391—2020 Code for Design of Hydraulic Tunnel[S]. (in Chinese)
- [8] SL 279—2016 水工隧洞设计规范[S].
SL 279—2016 Specification for design of hydraulic tunnel[S]. (in Chinese)
- [9] 赵长海. 灌浆式预应力混凝土衬砌隧洞[J]. 水利水电技术, 1999, 30(12): 65-69.
Zhao C H. Grouting prestressed concrete lining tunnel [J]. Water Resources and Hydropower Engineering, 1999, 30(12): 65-69. (in Chinese)
- [10] 丁艳辉, 付云升, 杨进新, 等. 盾构输水隧洞灌浆式预应力衬砌结构有限元分析[J]. 水利水电技术, 2018, 49(7): 103-108.
Ding Y H, Fu Y S, Yang J X, et al. Finite element analysis on pre-stressed grouted concrete lining of water conveyance tunnel constructed by shield tunneling method [J]. Water Resources and Hydropower Engineering, 2018, 49(7): 103-108. (in Chinese)
- [11] 吕有年, 蔡晓鸿. 灌浆式预应力隧洞衬砌和围岩应力分析若干问题的探讨[J]. 水力发电学报, 1985, 4(3): 8-15.
Lu Y N, Cai X H. The approach of problems for stress analysis of prestressed grouted concrete lining-and surrounding rock[J]. Journal of Hydroelectric Engineering, 1985, 4(3): 8-15. (in Chinese)
- [12] 吕有年, 蔡晓鸿. 应用塑性强化理论分析隧洞衬砌和围岩的应力[J]. 土木工程学报, 1985, 18(3): 74-86.
Lu Y N, Cai X H. Stress analysis of prestressed grouted concrete lining in hydraulic pressure tunnels and its surrounding rock by the plastic hardening theory[J]. China Civil Engineering Journal, 1985, 18(3): 74-86. (in Chinese)
- [13] 孙景林. 白山水电站1号引水隧洞上平段的素混凝土高压灌浆衬砌[J]. 水力发电, 1983, 9(9): 25-29.
Sun J L. Plain concrete high-pressure grouting lining of upper level section of No.1 diversion tunnel of Baishan Hydropower Station[J]. Water Power, 1983, 9(9): 25-29. (in Chinese)
- [14] 王强. 灌浆预应力高压引水隧洞衬砌结构设计计算研究[J]. 水力发电, 2010, 36(1): 63-65.
Wang Q. Design and calculation of pre-stressed grouting high-pressure diversion tunnel lining structure[J]. Water Power, 2010, 36(1): 63-65. (in Chinese)
- [15] 艾家驷. 压力隧洞预应力素混凝土衬砌设计与施工[J]. 四川水力发电, 1985, 4(1): 20-27.
Ai J S. Design and construction of prestressed plain concrete lining of pressure tunnel[J]. Sichuan Water Power, 1985, 4(1): 20-27. (in Chinese)
- [16] Muskhelishvili N I. Some basic problems of the mathematical theory of elasticity[M]. Groningen: Noordhoff, 1963.
- [17] Lu A Z, Zhang L Q, Zhang N. Analytic stress solutions for a circular pressure tunnel at pressure and great depth including support delay[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 2011, 48(3): 514-519.
- [18] 陶钧烨, 吕爱钟, 尹崇林. 非圆形压力隧洞考虑支护滞后过程的应力与位移解析解[J]. 长江科学院院报, 2018, 35(3): 164-170, 175.
Tao J Y, Lu A Z, Yin C L. Analytic solutions of stress and displacement for a non-circular pressurized tunnel in consideration of support delay[J]. Journal of Yangtze River Scientific Research Institute, 2018, 35(3): 164-170, 175. (in Chinese)
- [19] 孙毅, 张顶立. 隧道复杂支护结构体系的协同作用原理[J]. 工程力学, 2016, 33(12): 52-62.
Sun Y, Zhang D L. Synergy principle of complex supporting structural systems in tunnels[J]. Engineering Mechanics, 2016, 33(12): 52-62. (in Chinese)
- [20] Liu Y J, Huang B S, Yuan M D, et al. A simple method for mechanical analysis of pressurized functionally graded material thick-walled cylinder[J]. Mathematics and Mechanics of Solids, 2024, 29(10): 2036-2047.
- [21] 刘宜杰, 黄本胜, 袁明道, 等. 内外水压作用下圆形水工隧洞衬砌受力分析的解析方法[J]. 隧道建设(中英文), 2025, 45(4): 749-757.
Liu Y J, Huang B S, Yuan M D, et al. Analytic methods for bearing mechanism of circular hydraulic tunnels under internal and external hydraulic pressures[J]. Tunnel Construction, 2025, 45(4): 749-757. (in Chinese)
- [22] 茹松楠, 李作舟, 杨继红, 等. 输水压力管道钢衬-混凝土-围岩联合承载体分担率研究[J]. 华北水利水电大学学报(自然科学版), 2021, 42(6): 14-21.
Ru S N, Li Z Z, Yang J H, et al. Study on the load contributory proportion of combined structure of steel liner-concrete- surrounding rock joint bearing carrier for water pressure pipe[J]. Journal of North China University of Water Resources and Electric Power, 2021, 42(6): 14-21. (in Chinese)
- [23] 刘晓敏, 蔡勇平, 蔡晓鸿. 水工压力隧洞灌浆式预应力衬砌干缩应力与徐变应力计算[J]. 江西水利科技, 2019, 45(6): 403-410, 419.
Liu X M, Cai Y P, Cai X H. Shrinkage and creep stressful calculation of grouting-prestress-lining in water pressure tunnel[J]. Jiangxi Hydraulic Science & Technology, 2019, 45(6): 403-410, 419. (in Chinese)