

DOI: 10.11835/j.issn.2096-6717.2024.096



开放科学(资源服务)标识码 OSID:



混凝土自然碳化深度预测的 Gamma 广义线性模型

马倩^a, 陈梦成^{b,c}, 方苇^{b,c}, 谢力^c, 黄宏^{b,c}, 许开成^{b,c}, 郭丽琴^a

(华东交通大学 a. 经济管理学院; b. 土木建筑学院; c. 轨道交通基础设施性能监测与保障国家重点实验室, 南昌 330013)

摘要: 混凝土碳化是导致钢筋混凝土(RC)结构性能退化的主要原因之一, 这种性能退化降低了 RC 结构的耐久性、适用性和安全性。对混凝土碳化深度预测模型的研究可为 RC 结构的耐久性评价和使用寿命预测提供参考, 具有重要意义。根据公开发表的文献, 收集整理了 273 组混凝土自然碳化深度实测数据, 并绘制了碳化深度直方图, 经 Kolmogorov-Smirnov 拟合优度检验, 发现碳化深度实测数据服从 Gamma 概率分布; 基于中国国家标准 GB/T 51355—2019 模型和国际标准 CEB-FIP-2010 模型, 结合 RC 结构混凝土碳化的自然环境, 梳理分析了影响混凝土碳化过程的主要因素, 发现混凝土时效抗压强度、环境相对湿度、温度、养护机制、CO₂ 浓度和有无挡雨情形等为主要影响因素; 基于 RC 结构混凝土自然碳化过程是一个随机、单调和递增过程, 使用 Gamma 随机过程模型对其进行表征, 并在此基础上, 以主要影响因素作为预解释变量, 构建一个新的混凝土自然碳化深度预测 Gamma 广义线性回归模型。最后, 采用该模型预测 RC 结构混凝土自然碳化深度, 与实测数据、国家标准模型、国际标准模型预测结果进行对比分析, 结果表明, 该模型具有较好的预测精度(误差 < 30%), 优于现有国家和国际标准模型, 可以作为一个有潜在应用价值的代理模型进行应用。

关键词: 钢筋混凝土结构; 碳化深度; 影响因素; Gamma 广义线性回归模型; 最大似然函数法

中图分类号: TU375 **文献标志码:** A **文章编号:** 2096-6717(XXXX)XX-0001-10

Gamma generalized linear model for natural carbonization depth prediction of concrete

MA Qian^a, CHEN Mengcheng^{b,c}, FANG Wei^{b,c}, XIE Li^c, HUANG Hong^{b,c},
XU Kaicheng^{b,c}, GUO Liqin^a

(a. School of Economics and Management; b. School of Civil Engineering and Architecture; c. The State Key Laboratory of Performance Monitoring and Protecting of Rail Transit Infrastructure, East China Jiaotong University, Nanchang 330013, P. R. China)

Abstract: Concrete carbonization is one of the major reasons for the degradation of reinforced concrete (RC) structures, which reduces their durability, serviceability and safety. Therefore, the reasonable prediction model of concrete carbonation depth can provide a reference for durability evaluation and service life prediction of RC

收稿日期: 2024-08-05

基金项目: 国家自然科学基金(52278180, 51878275)

作者简介: 马倩(1999-), 女, 主要从事钢-混结构耐久性研究, E-mail: 980096136@qq.com。

陈梦成(通信作者), 男, 博士, 教授, E-mail: mcchen@ecjtu.edu.cn。

Received: 2024-08-05

Foundation items: National Natural Science Foundation of China (Nos. 52278180, 51878275)

Author brief: MA Qian (1999-), main research interest: durability of steel-concrete structure, E-mail: 980096136@qq.com.

CHEN Mengcheng (corresponding author), PhD, professor, E-mail: mcchen@ecjtu.edu.cn.

structures and be of great significance. Firstly, 273 sets of measurements of China natural carbonation depth of concrete from publications in China and foreign journals were collected and depicted with the histogram. According to the Kolmogorov-Smirnov goodness of fit test, it was found that the measurements of carbonization depth follows Gamma probability distribution. Subsequently, in terms of the Chinese national standard GB-T51355-2019 model and the international standard CEB-FIP-2010 *fib*-model along with the natural environment of RC structure concrete carbonization, the main factors affecting the process of concrete carbonization were analyzed, concluding that concrete aging compressive strength, relative humidity, temperature, curing mechanism, CO_2 concentration, shelter and rain are the main influencing factors. Secondly, due to the fact that the natural carbonization process of RC concrete is a random, monotonic and increasing one, the Gamma stochastic process model was thus used to characterize it. Using the model and the above main influencing factors as explanatory variables, a new Gamma generalized linear regression model for the natural carbonization depth prediction of concrete was established. Finally, the natural carbonation depth of real RC structure concrete was calculated by the proposed model, and compared with the measured data as well as the predictions by the Chinese standard model and the international *fib*-model. It was shown that the proposed model has better accuracy in predicting carbonation depth of RC structural concrete ($\text{error} < 30\%$) than the existing national and international standard models do, and can be used as a potential surrogate model.

Keywords: reinforced concrete structure; carbonation depth; influencing factor; Gamma generalized linear regression model; maximum likelihood method

钢筋混凝土(RC)结构中的钢筋常常因受周围侵蚀环境影响而被锈蚀,随着时间的推移,会降低钢筋混凝土结构的使用性能和安全性。混凝土碳化是指混凝土中的水泥石与环境中的二氧化碳发生反应,生成碳酸钙和水的过程,它会削弱混凝土对钢筋的保护作用。碳化过程不像氯离子侵蚀、冻融损伤和碱骨料反应等其他严格受限于特定地理位置和气候区域的过程,在世界范围内,碳化到处都可以发生。据报道^[1],全世界RC结构大约有三分之二暴露在易碳化的环境中。由此可见,有必要研究和建立RC结构碳化深度预测模型。

研究人员针对混凝土碳化做了大量工作,并且建立了许多碳化深度预测模型。张誉等^[2]基于混凝土碳化机理,建立了水灰比、水泥用量等混凝土碳化主要影响因素与理论模型中有效扩散系数 D_{ce} 及单位体积混凝土的 CO_2 吸收量 m_0 之间的定量关系,推导出了一个有充分理论基础的混凝土碳化深度实用数学模型。牛狄涛^[3]通过对影响混凝土碳化的因素进行全面考虑,将理论分析方法与试验及工程调查方法结合起来,建立了预测混凝土碳化深度的实用模型。潘洪科等^[4]、罗小勇等^[5]和卢朝辉等^[6]建立了考虑应力因素的混凝土碳化深度预测模型。李英民等^[7]、王常青^[8]和王建有等^[9]利用贝叶斯更新方法对已有演化模型的预测结果进行重新估计,提出了基于贝叶斯方法的混凝土碳化深度预测模型。陈正^[10]等基于最小二乘法的非线性回归分析,建立了碳化深度和混凝土配合比设计参数之间的定量

关系。Atis^[11]基于实验室数据,使用统计方法,评估了抗压强度和孔隙率对粉煤灰混凝土加速碳化深度的影响。Hills等^[12]通过对碳化系数进行建模,提出了对天然碳化数据进行多元分析和线性回归的方法。Liu等^[13]研究了相对湿度、温度和 CO_2 浓度对碳化深度的影响,并根据实测数据提出了一种包含成分材料和环境因素的碳化深度预测模型。Ekolu等^[14]分析了影响混凝土自然碳化的主要因素,并提出了钢筋混凝土自然碳化的实用预测模型。Shi等^[15]根据3年的自然碳化试验构建了一种以湿度-温度- CO_2 耦合为中心的修正碳化模型。

然而,上述RC结构碳化深度预测模型存在两个方面不足:一是这些预测模型主要是基于室内试验测试结果的统计,若直接用于自然环境中RC工程结构碳化深度预测,会与期望值存在一定的差距;二是这些模型大都是确定性模型,忽略了材料性能、试验方法等所带来的偶然不确定性,以及各种模型假设引入、经验拟合函数的选择等引起的认知不确定性。事实上,RC结构混凝土碳化过程是一个不确定性的、随时间单调递增、不可逆的随机过程。Abdel-Hameed^[16]指出,对于像碳化、腐蚀、等这样随时间单调递增、不可逆的随机过程,可以用Gamma随机过程模型来描述。Zhang等^[17]使用Gamma随机过程模型描述了再生混凝土碳化的随机过程,并讨论了再生粗骨料替代率、再生粗骨料压碎方法、水灰比和混凝土保护层厚度对碳化时变失效概率的影响。他们尚未建立混凝土碳化

Gamma 随机过程模型和碳化影响因素之间的联系。

笔者基于 RC 结构自然碳化是一个随机过程这个事实,提出用 Gamma 模型描述 RC 结构自然碳化随机过程,并结合《既有混凝土结构耐久性评定标准》(GB/T 51355—2019)模型和国际标准 *fib* 模型(CEB-FIP-2010),选定混凝土抗压强度、环境相对湿度、混凝土养护效应、混凝土龄期、CO₂ 浓度和降雨效应等参数作为影响碳化深度的主要因素,构建一个可用于预测既有和现有 RC 结构自然碳化深度的广义 Gamma 线性回归模型,模型的协变量由影响 RC 结构自然碳化的主要因素构成,各因素影响效应可通过数学函数表达式进行计算。

1 研究概况

1.1 数据收集

所收集的 RC 结构混凝土自然碳化深度数据主要为中国检测数据,分别来自倪宝伟等^[18]、卢朝辉等^[7]、张海燕等^[19]、李浩等^[20]、王恒栋等^[21]、赵海娟等^[22]、杜应吉等^[23]、邓晓等^[24]、王常青^[9]、王建有^[10]、Duan^[25]等公开发表的研究论文。一共收集来自上海、陕西、福建、辽宁、河南等地的自然混凝土结构检测数据 273 组,这些数据是由不同的科研小组和检测仪器各自完成,具有一定的随机性和广泛性。每一组收集数据的基本信息包括 RC 结构碳化检测深度、材料性能(混凝土 28 d 抗压强度和检测时的抗压强度、养护时间)、环境因素(当地近 10 a 的环境温度和湿度年平均值、CO₂ 浓度和下雨天数)以及检测时的 RC 结构建造年限等。

1.2 基于标准模型的混凝土碳化影响因素分析和讨论

综合分析相关研究^[2-3,8,13,15,18]和相关标准^[26-27]发现,影响混凝土碳化的因素比较多,但主要可分为 4 类:组合成分、材料特性、环境因素和适用条件。国际标准 *fib* 模型(CEB-FIP-2010)^[26]使用混凝土龄期、环境相对湿度、养护机制、CO₂ 浓度以及有无挡雨等因素,对一般大气环境下混凝土自然碳化深度 $x_c(t)$ 进行预测,计算公式为

$$x_c(t) = \sqrt{2 \cdot k_e \cdot k_c \cdot (k_t \cdot R_{ACC,0}^{-1} + \epsilon_t) \cdot C_s \cdot W_t \cdot \sqrt{t}} \quad (1)$$

式中: $x_c(t)$ 是混凝土在时间 t 年时的碳化深度,mm; k_e 为环境影响参数,是相对湿度的函数; k_c 为养护机制影响参数; C_s 为空气中 CO₂ 的浓度,kg/m³; $R_{ACC,0}^{-1}$ 是混凝土的逆抗碳化参数,(mm²/a)/(kg/m³); W_t 为有无挡雨影响参数。

《既有混凝土结构耐久性评定标准》(GB/T 51355—2019)^[27]通过考虑混凝土位置、养护浇筑状况、工作应力、粉煤灰取代情况、混凝土强度以及环境温湿度,给出了大气环境下混凝土碳化深度预测

方法。

$$x_c(t) = 3K_{CO_2} \cdot K_{kl} \cdot K_{kt} \cdot K_{ks} \cdot K_F \cdot T^{0.25} \cdot$$

$$RH^{1.5} \cdot (1 - RH) \left(\frac{58}{f_{cu,k}} - 0.76 \right) \sqrt{t} \quad (2)$$

式中: K_{CO_2} 为 CO₂ 浓度影响参数; K_{kl} 是位置影响参数,在构件角区取 1.4,非角区取 1.0; K_{kt} 为养护浇注影响参数,取 1.2; K_{ks} 为工作应力影响参数,受压时取 1.0,受拉时取 1.1; T 为环境温度,℃; RH 为换进相对湿度; K_F 为粉煤灰取代影响参数, $K_F = 1.0 + 13.34F^{3.3}$, F 为粉煤灰取代量(重量比),对掺有 I 级粉煤灰、低水胶比的高密实混凝土,可取 $K_F = 1.0$; $f_{cu,k}$ 为混凝土强度评定值。

1.3 影响混凝土自然碳化主要因素及其量化方式确定

通过比较 RC 结构混凝土碳化国家标准 GB/T 51355—2019 模型和国际标准 CEB-FIP-2010 模型的影响因素,结合所收集的数据,并考虑到所构建的新模型应满足预测结果比较精准、数据检测可操作性强、计算容易简单,设计经济安全,本文选择混凝土抗压强度、养护机制、环境温湿度、有无挡雨以及大气 CO₂ 浓度这些主要影响因素,构建混凝土自然碳化深度预测模型。

1) 混凝土抗压强度

混凝土抗压强度是混凝土基本性能指标之一,也是衡量混凝土品质的综合性参数。随着混凝土龄期的增长,混凝土结构会更加密实,混凝土材料抗压强度随之增加。根据 CEB-FIP-2010 建议^[26],混凝土时效强度可表示为

$$f_{cm}(t) = \exp \left[s(1 - \sqrt{28/t}) \right] \cdot f_{cm}(28) \quad (3)$$

式中: t 为混凝土龄期; $f_{cm}(28)$ 为混凝土龄期为 28 d 时的立方体抗压强度; s 为表示水泥强度等级的参数,普通和快硬水泥取 0.25、快硬高强水泥取 0.2。对应承重结构中最常用的水泥,取 s 的值为 0.25。

2) RC 结构环境温湿度

环境温湿度对混凝土碳化有一定的影响。对环境相对湿度而言,在趋于饱和与干燥条件下($RH > 70\%$, $RH < 50\%$),混凝土碳化速率很小或几乎不会出现碳化现象。这是因为当 $RH < 50\%$ 或趋于干燥时,混凝土内部缺乏进行碳化反应的足够水分;当 $RH > 70\%$ 或趋于饱和时,混凝土内部空隙内水分比较多,会阻止 CO₂ 进入混凝土内部,混凝土内部缺乏进行碳化反应的足够 CO₂。在正常大气压下($50\% < RH < 70\%$),上述两种情况不会出现,因而混凝土碳化速度最快。就环境温度而言,一般情况下,环境温度的小幅变化,并不会影响碳化速度,但是高温和温度交替变换会加速混凝土碳

化。户外的环境高温影响总是与干燥气候关联在一起的,湿度相对较低会抑制或减缓高温对混凝土自然碳化的影响。因此,描述环境温湿度对自然混凝土碳化深度影响的时候可以将两个因素综合放在一起进行考虑。根据中国标准模型,将环境影响参数 K_e 定义为

$$K_e = A \cdot T^{0.25} \cdot RH^{1.5} \cdot (1 - RH) \quad (4)$$

式中: A 为局部环境影响系数,是个常数,取 $A = 1$; T 取碳化环境年平均温度; RH 取碳化环境年平均相对湿度。

3) 混凝土养护机制影响参数

混凝土养护机制不同,水泥的水化程度不同,水化反应生成的碳化、水化产物的含量也不同。良好的混凝土养护机制可以有效减缓混凝土的碳化速度,延长混凝土的使用寿命。混凝土养护机制包括养护时间、养护环境温湿度等^[28]。 *fib*-模型(CEB-FIP-2010)引入一个常数 $k_c = (t_c/7)^{-0.567}$ 来表征养护机制对混凝土碳化速率的影响,然而,这个模型并没有考虑养护期间环境温湿度的影响。为此, Kari^[29]进行了相关研究,结果表明,混凝土养护机制对混凝土碳化综合影响的参数,可用 28 d 混凝土立方体抗压强度 $f_{cm}(28)$ 和养护时间进行评价,具体计算式为

$$k_{cfcm} = \frac{1.9 \times 10^{-2}}{10^{-0.025f_{cm}(28)}} + \left(1 - \frac{1.9 \times 10^{-2}}{10^{-0.025f_{cm}(28)}}\right) \sqrt{\frac{28}{0.01 \times t_c}} \quad (5)$$

式中: t_c 为养护时间, d。对既有混凝土结构,如无法获得混凝土当年施工时的养护时间,取值按国际标准^[30]进行。

4) RC 结构的有无挡雨影响参数

RC 结构是暴露在雨中,或是暴露在干湿循环中,是导致有无挡雨 RC 结构混凝土碳化行为差异的条件。对于没挡雨的 RC 结构,比如建筑外墙、挡土墙和桥面板上部等,在淋雨或潮湿的条件下,由于饱和期的存在, CO_2 从混凝土表面进入内部的过程可能是间歇性的,饱和水会暂时堵塞混凝土表面空隙;对于有挡雨的 RC 结构,如隧道、桥墩和桥面板下部等,不饱和水状态占主导地位, CO_2 会不断从混凝土表面进入混凝土内部。同样道理,室内混凝土碳化行为要比室外混凝土碳化严重。因此, RC 结构有无挡雨会影响 RC 结构混凝土碳化行为。根据(CEB-FIP-2010)模型^[26], RC 结构的有无挡雨影响参数 W_i 可用式(6)评估。

$$W_i = \left(\frac{t_0}{t}\right)^{\frac{(p_{sr} \cdot T_{ow})^b}{2}} \quad (6)$$

式中, t_0 为参考时间, a, 取 $t_0 = 0.0767$ a (28 d); p_{sr} 为

降雨概率,有掩蔽时 $p_{sr} = 0$,无掩蔽时 $p_{sr} = 1$; T_{ow} 为一年中日降雨量超过(包括) 2.5 mm 的相对天数; b_w 为天气影响因子的模型参数,假定服从 $B_w \sim N(\mu_w, \sigma_w)$, $\mu_w = 0.446$ 、 $\sigma_w = 0.163$ 。 T_{ow} 参数需要有日降雨量超过 2.5 mm 的记录,目前在中国很多地方获取困难。考虑到 2.5 mm 的日降雨量为小雨形式,对参数 W_i 计算结果影响不大,为了计算方便,改用年均降雨相对天数来计算参数 T_{ow} 。

5) RC 结构碳化环境 CO_2 浓度

混凝土表面环境中的 CO_2 浓度与混凝土内部 CO_2 浓度之差构成了浓度梯度,这是促使 CO_2 进入混凝土内部主要动力。相应地,在 CO_2 浓度高的碳化环境中,混凝土碳化速度快。一般正常的大气环境中 CO_2 浓度是 300 ppm 左右,根据国家标准 GB/T 51355—2019,一般乡村地区 CO_2 浓度是正常的 0.9 倍左右,人员集中稍多一点地方接近 5 倍,人员集中稍少一点地方为 3 倍左右,普通办公室和居住房为 1.5 倍左右,人员稀少地方为 1 倍左右。自然碳化环境中的 CO_2 浓度一般可接近 10 a 实测结果均值进行计算,由于收集的自然碳化深度数据集并未全部给出相关 CO_2 浓度,如果直接按国家标准模型分类对 CO_2 浓度进行补充估算,则会影响 CO_2 浓度参数的显著性检验。实际上,不同的国家、不同的地区和不同的城市,大气环境中的 CO_2 浓度不一样,因此,对于未给出的 CO_2 浓度数据,通过吕政翰^[31]测量的中国各地区 2009—2016 年大气环境 CO_2 浓度变化趋势,使用插值法进行估算补充。

2 混凝土自然碳化统计模型

将影响混凝土自然碳化的几个主要因素作为有重要潜在影响的解释变量(协变量),并利用搜集的户外混凝土自然碳化数据,引入广义 Gamma 线性回归退化模型,构建解释变量和自然环境中 RC 结构混凝土碳化深度(因变量)的关系。

2.1 Gamma 分布模型

概率密度函数的选择主要是基于直方图分析和非参数假设检验。图 1 给出了收集的混凝土自然碳化深度样本数据 y_i 的直方图、经验核密度曲线和假定碳化深度随机变量 Y 服从目标 Gamma 分布,记为 $Y \sim Ga(\alpha, \lambda)$,并和样本数据进行拟合后(参数 $\alpha = 1.9946$, $\lambda = 4.5844$)得到的 Gamma 分布概率密度曲线。从图中经验核密度曲线和 Gamma 分布概率密度曲线比较可以看出,两者比较接近。因此, RC 结构混凝土自然碳化深度数据可以用 Gamma 分布模型进行表征。根据 Gamma 分布定义, RC 结构混凝土自然碳化深度随机变量 Y 的概

率密度函数可以表示为

$$f_Y(y, \alpha, \lambda) = \frac{1}{\lambda^\alpha} \cdot \frac{y^{\alpha-1} e^{-y/\lambda}}{\Gamma(\alpha)} \cdot I_{(0, \infty)}(y) \quad (7)$$

式中: $I_{(0, \infty)}(y)$ 为示性函数, $y \in (0, \infty)$ 时等于 1, 否则等于 0; $\alpha > 0$ 为形状函数; $\lambda > 0$ 为尺度函数; $\Gamma(\alpha) = \int_0^\infty x^{\alpha-1} e^{-x} dx$ 为 Gamma 函数, 具有连续性、可微性和凸性。Gamma 分布随机变量 Y 的期望值 $E(Y) = \alpha\lambda$, 方差 $\text{var}(Y) = \alpha\lambda^2$ 。

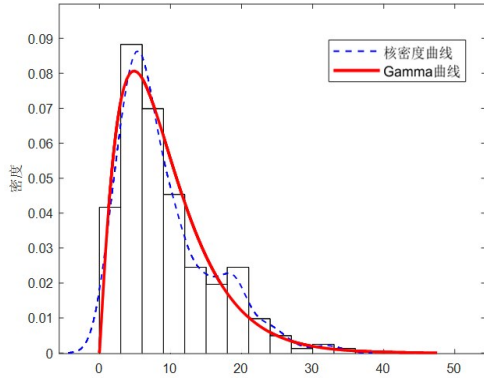


图1 RC结构混凝土自然碳化深度数据直方图、经验分布图和 Gamma 分布图描述

Fig.1 Graphical description of histogram, empirical distribution and Gamma distribution for natural of RC concrete

2.2 拟合优度 K-S 检验

检验 RC 结构混凝土自然碳化深度数据是否显著服从 Gamma 分布, 可以利用统计学上的 Kolmogorov-Smirnov (又称 K-S) 检验法, 它是一种连续一维概率分布均等性的非参数检验法。给定目标分布函数 Gamma 为 $F_G(y)$, 那么 K-S 统计量为

$$D_m = \sup |\hat{F}_{E,m}(y) - F_G(y)| \quad (8)$$

式中: $\sup$ 是经验分布与目标分布之差集的上确界。如果样本经验分布来自目标分布, 则 D_m 收敛于 0。在实际应用中, D 通常和 p 值一起解释, 以确定统计上的显著性。如果 $p < 0.05$, 则认为两个分布存在显著差异, 拒绝原假设。

经计算 K-S 统计量 $D_m = 0.0507$, $p = 0.4663 > 0.05$, 说明经验分布和原假设的目标 Gamma 分布之间没有显著差异, 接受原假设。

3 混凝土自然碳化 Gamma 广义线性回归模型

3.1 Gamma 广义线性回归基础模型

为了建立 Gamma 广义线性模型^[32], 需要对式 (7) 的参数建立回归模型。为此, 令 $E(Y) = \alpha\lambda = \mu$, $\text{var}(Y) = \alpha\lambda^2 = \phi \cdot \mu^2$, 则 $\alpha = 1/\phi$ 、

$\lambda = \phi \cdot \mu$ 。将 α, ϕ 代入式 (7), 则 Gamma 分布的密度函数相应地改写为

$$f_Y(y, \mu, \phi) = \frac{1}{y\Gamma(1/\phi)} \cdot \left(\frac{y}{\mu\phi}\right)^{1/\phi} \cdot e^{-y/(\mu\phi)} \quad (9)$$

式 (9) 可以写成一般指数族形式

$$f_Y(y, \mu, \phi) = \exp\left(\frac{-y/\mu - \ln \mu}{\phi} + \frac{1 - \phi}{\phi} \ln y - \frac{\ln \phi}{\phi} - \ln \Gamma\left(\frac{1}{\phi}\right)\right) \quad (10)$$

因此, Gamma 广义线性回归模型可定义为 $y_i, i = 1, 2, \dots, n$, 且它们之间相互独立, 并且服从式 (10) 给出的 Gamma 分布, 那么模型

$$\begin{cases} f_Y(y_i, \mu_i, \phi) = \exp\left(\frac{-y_i/\mu_i - \ln \mu_i}{\phi} + \frac{1 - \phi}{\phi} \ln y_i - \frac{\ln \phi}{\phi} - \ln \Gamma\left(\frac{1}{\phi}\right)\right) \\ g(\mu_i) = \sum_{k=0}^p \beta_k x_{k,i} \end{cases} \quad (11)$$

称为 Gamma 回归模型。式 (11) 中参数 μ 是随机因变量 y 的期望值, 即 $\mu = E(y)$, 方差 $\text{var}(y) = \mu^2 \phi$, ϕ 为离散参数。在均值给定的情况下, 离散参数越大, Gamma 分布的离散程度就越大; $\beta = (\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_p)^T$ 表示未知的回归参数 (p 是协变量的数量); $\mathbf{x} = (x_{0,i}, x_{1,i}, \dots, x_{p,i})^T$ 为协变量, 其中 $x_{0,i} = 1$; $g(\mu_i)$ 为联系因变量 y_i 和协变量 $\mathbf{x}$ 之间关系的连接函数, 它严格递增, 且二次可微。

对于式 (11) 中的 Gamma 回归模型参数 $\{\beta^T, \phi\}$ 的估计, 可用最大似然函数法确定^[32], 即求式 (12) 对数似然函数的极大值。

$$L(\beta, \phi) = \sum_{i=1}^n \left[\frac{-y_i/\mu_i - \ln \mu_i}{\phi} + \frac{1 - \phi}{\phi} \ln y_i - \frac{\ln \phi}{\phi} - \ln \Gamma\left(\frac{1}{\phi}\right) \right] \quad (12)$$

注意到式 (11) 有: $\mu_i = g^{-1}\left(\sum_{k=1}^p \beta_k x_{k,i}\right)$ 。

3.2 混凝土自然碳化 Gamma 广义线性回归实际预测模型

3.2.1 协变量确定

根据 Gamma 回归模型的特点, 结合前面分析和讨论的情况, 以 RC 结构混凝土自然碳化深度为因变量, 影响混凝土碳化的主要因素作为协变量, 构建混凝土自然碳化深度 Gamma 回归预测模型。表 1 具体列出了碳化深度 y_i 和解释变量 $x_{i,k}$ 及其相应的物理含义。表中出现交叉项 $x_{i,6}$, 主要原因是这两个解释变量的计算式 (3) 和 (5) 均与混凝土立方

体 28 d 抗压强度有关。其他协变量之间没有出现交叉项,是因为它们对混凝土碳化的影响是各自独立进行计算的。

表 1 各变量物理意义描述

Table 1 Physical description of variables

变量	物理意义
y_i (因变量)	混凝土自然碳化深度归一化后深度
1	常数项
$(t^i)^{\xi}$	$t(a)$, 混凝土碳化时间
$x_{i,1}$	f_{cmt} (MPa), 混凝土时效抗压强度
$x_{i,2}$	K_e , 混凝土碳化环境温湿度
$x_{i,3}$	k_{cfcm} , 混凝土养护机制影响参数
$x_{i,4}$	C_{CO_2} , 混凝土碳化环境 CO_2 浓度, $10^{-3} kg/m^3$
$x_{i,5}$	W_1 , 混凝土结构有无挡雨影响参数
$x_{i,6}$	$k_{cfcm} \times f_{cmt}$, 混凝土养护机制与混凝土时效抗压强度的交叉影响项

3.2.2 Gamma 回归实际预测模型建立

RC 结构混凝土自然碳化过程是单调、逐步递增的随机过程,可以用 Gamma 随机过程模型进行模拟。设 t 时刻的碳化深度 $y(t)$ 是一个随机观测值,随机变量 $Y(t)$ 服从形状函数 $\alpha(t)$ 、尺度参数 λ 的 Gamma 分布,其概率密度函数定义为

$$f_{Y(t)}(y(t), \alpha(t), \lambda) = \frac{1}{\lambda^{\alpha(t)}} \cdot \frac{y(t)^{\alpha(t)-1} e^{-y(t)/\lambda}}{\Gamma(\alpha(t))} \quad (13)$$

t 时刻的随机变量 $Y(t)$ 是随时间变化的过程,因此 $Y(t)$ 是随机过程,形状函数 $\alpha(t)$ 反映的是 t 时刻的混凝土碳化平均深度。Gamma 随机过程具有如下特点:

1) $Y(0) = 0$;

2) 对任意 $0 < t_0 < t_1 < \dots < t_n < \infty (n \geq 1)$, 独立增量 $Y(t_0)$, $Y(t_1) - Y(t_0)$, $\dots$, $Y(t_n) - Y(t_{n-1})$ 相互独立;

3) 对 $\forall t$ 及 $\Delta t > 0$, 有 $\Delta Y(t) = Y(t + \Delta t) - Y(t)$, $\Delta Y(t) \sim Ga(\alpha(t + \Delta t) - \alpha(t), \lambda)$ 。

从以上 3 个特点可以看出, Gamma 随机过程一

$$\begin{cases} f_Y(y_i, \mu_i, \phi) = \exp\left(\frac{-y_i/\mu_i - \ln \mu_i}{\phi} + \frac{1 - \phi}{\phi} \ln y_i - \frac{\ln \phi}{\phi} - \ln \Gamma\left(\frac{1}{\phi}\right)\right) \\ g(\mu_i) = \ln(\mu_i) = \ln(\alpha(t|X)) = \xi \ln(t^i) + (h(1, \mathbf{x}))^T \boldsymbol{\beta} \end{cases} \quad (14)$$

式中: $h(1, \mathbf{x})$ 函数可根据 Bagdonavicius 等^[33]的建议,采用式(15)函数中任一种形式

$$\left. \begin{aligned} h(1, x_1, \dots, x_p) &= (1, x_1, \dots, x_p)^T && (\text{exponential model}) \\ h(1, x_1, \dots, x_p) &= (1, \ln(x_1), \dots, \ln(x_p))^T && (\text{power rule model}) \\ h(1, x_1, \dots, x_p) &= (1, 1/x_1, \dots, 1/x_p)^T && (\text{Arrhenius model}) \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

把这 3 个函数对应的模型分别称为 Gamma-em、Gamma-pm 和 Gamma-Am 模型。

3.3 模型评价准则和检验

对于 3 种模型,可以依据信息准则评价实际模拟效果。常用的信息准则有 AIC 准则(赤池信息准

则)、BIC 准则(Bayes 信息准则)和 MSE 准则(均方差信息准则)。这 3 个准则都是数值越小,模型模拟效果越好。为避免数据过度拟合,利用 K 重交叉验证法对选择模型进行检验。

采用 Bagdonavicius 等^[33]、Kouassi 等^[34]以及 Lawless 等^[35]的类似做法,将影响混凝土自然碳化过程的因素与 Gamma 随机过程的均值 $\mu = E(Y) = \alpha(t) \cdot \lambda$ 结合起来,即令 $\mu_i = E(Y_i) = \alpha(t^i | X) \cdot \lambda = (t^i)^{\xi} \exp(Z^T \boldsymbol{\beta})$, 其中 μ_i 为第 i 个 RC 构件或结构的混凝土自然碳化深度的平均预测值, $\boldsymbol{\beta} = (\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_p)^T$ 为待确定的参数, $Z = h(1, \mathbf{x})$ 是一个给定的已知函数。因此,对任一个 RC 构件或结构在时刻 t 的混凝土自然碳化深度随机变量 $Y(t)$, 都有一个形状参数 $(t^i)^{\xi} \exp(Z^T \boldsymbol{\beta})$ 和尺度参数 λ 的 Gamma 分布与之相对应。

根据式(11), RC 结构混凝土自然碳化深度预测 Gamma 回归实际预测模型可以构建为

各个信息准则指标的计算式为

AIC = -2lnL + 2k

(16)

BIC = -2lnL + klnN

(17)

$$MSE = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (y_i - \hat{y}_i)^2$$

(18)

式中: L 为似然函数值; k 是模型参数个数; N 为样本容量; y_i 为RC结构混凝土自然碳化深度实测值; $\hat{y}_i$ 是碳化深度预测值。

3.4 最优模型确定

采用收集到的273组RC结构混凝土自然碳化数据,结合式(14)和式(15)进行模拟,得到3个不同的混凝土自然碳化Gamma广义线性回归预测模型,即Gamma.em、Gamma.pm和Gamma.Am模型。图2给出了经 $K=20$ 重交叉验证后3个不同Gamma模型的平均离差平方和(MSE)信息准则箱线图。由箱线图可以清楚地看出,3个模型的MSE值基本上相差不大,其中Gamma.em模型Gamma.Am模型的MSE值相对较小,而且非常接近。Gamma.Am模型的MSE值最小,是最优模型。另外,在3种模型模拟计算中,同时分别计算了它们各自的AIC和BIC信息准则指标值,它们分别是,Gamma.em模型:AIC=6.277,BIC=-1402.475;Gamma.pm模型:AIC=6.308,BIC=-1397.643;Gamma.Am模型:AIC=6.282,BIC=-1400.979。比较AIC和BIC信息准则的指标值也可以看出,3个模型基本上差别不大,Gamma.em模型和Gamma.Am模型

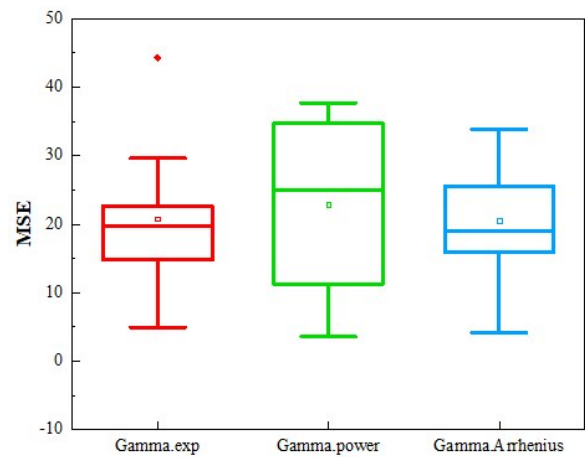


图2 $K=20$ 重交叉验证下不同函数的MSE箱线图

Fig. 2 Boxplot of model's obtained on $K=20$ fold cross-validations under different functions

的AIC和BIC的指标值相对较小,而且相差无几。Gamma.em模型的AIC和BIC指标值最小,为最优模型。这个结论似乎与前面MSE得出的结论相矛盾,为了确定最优模型,对这两个模型的各解释变量进行 z 检验。

表2给出了两个模型中各解释变量经 z 检验后的 p -值。从表2中 p -值可以看出,根据RC结构混凝土自然碳化深度Gamma.em预测模型,7个解释变量中,混凝土碳化时间、时效抗压强度、碳化环境温湿度、养护机制影响参数、碳化环境 CO_2 浓度和养护机制与抗压时效交叉项有显著影响($p<0.05$),而有无挡雨影响参数影响不显著($p>0.05$);而根据RC结构混凝土自然碳化深度Gamma.Am预测模型,7个解释变量均有显著影响($p<0.05$)。考虑到RC结构在户外自然碳化中,有无挡雨影响参数应该作为一个重要影响的解释变量。因此,可以得出结论:Gamma.Am预测模型优于Gamma.em预测模型,即在RC结构混凝土自然碳化深度预测中Gamma.Am模型预测效果较佳。表3给出了Gamma.Am预测模型的各解释变量经 z 检验后 z 值、 p -值、模型参数估计值以及它们的标准差。表3说明Gamma.Am预测模型中所有解释变量在 z 检验下参数的 p 值均小于0.05,拒绝原假设,即样本均值和总体均值存在显著差异,说明各个解释变量对混凝土自然碳化深度产生重要影响。

任意时刻 t 时的RC结构混凝土自然平均碳化深度可以通过解释变量 $x=(f_{cmt}, K_e, k_{fcm}, C_{CO_2}, W_t)$ 代入式(19)Gamma.Am模型计算得到。

表3 Gamma.Am回归模型参数识别结果及检验(最终模型)

Table 3 Identification of Gamma.Am model parameter and its validation (Final model)

模型参数	估计系数	标准差	z -值	p -值
ξ	0.282 514	0.041 710 6	6.77	0.000
β_0	0.547 29	1.206 365	0.45	0.000
$\beta_{f_{cm}}$	-106.073	22.761 25	-4.66	0.000
β_{K_e}	0.943 757	0.222 006 5	4.25	0.000
$\beta_{k_{fcm}}$	-85.803 4	15.787 9	-5.43	0.000
$\beta_{C_{CO_2}}$	1.273 779	0.408 204 8	3.12	0.002
β_{W_t}	-0.050 21	0.014 647 3	-3.43	0.001
$\beta_{k_{fcm} \times f_{cm}}$	2 826.234	546.944 2	5.17	0.000

表2 Gamma.Am回归模型参数识别结果及检验

Table 2 Identification of Gamma.Am model parameter and its validation

模型	ξ	β_0	$\beta_{f_{cm}}$	β_{K_e}	$\beta_{k_{fcm}}$	$\beta_{C_{CO_2}}$	β_{W_t}	$\beta_{k_{fcm} \times f_{cm}}$
Gamma. exponential	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.262	0.000
Gamma. Arrhenius	0.000	0.650	0.000	0.000	0.000	0.002	0.001	0.000

$$E(Y) = t^{0.28} \exp(0.54 - 106.07f_{cmt} + 0.94K_e - 85.80k_{cfmt} + 1.27C_{CO_2} - 0.05W_t + 2826.23k_{cfmt} \times f_{cmt}) \quad (19)$$

3.5 模型验证

为了验证模型的有效性,从所收集的RC结构自然碳化深度实测数据中随机选取了40组数据进行检测验算。图3给出了模型预测出的RC结构混凝土自然碳化深度值与实测值对比,图3也同时给出了国家标准GB/T 51355—2019模型和国际标准CEB-FIP-2019 *fib*模型和RC结构混凝土自然碳化深度实测值对比。结果表明,提出的Gamma. Am模型预测结果具有较好的效果,与实测值误差在30%以内,优于GB/T 51355—2019模型和CEB-FIP-2019 *fib*模型。

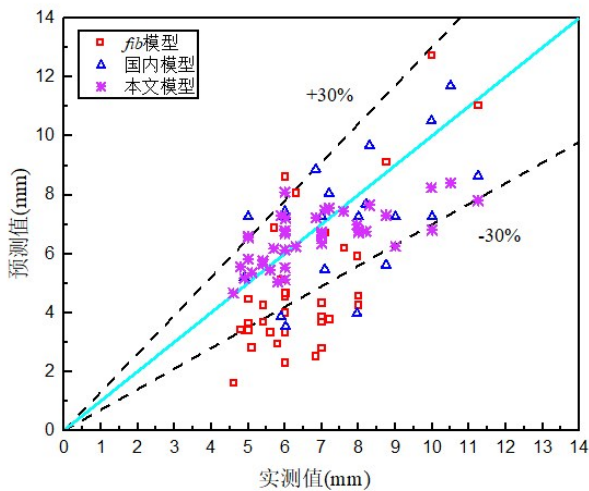


图3 模型计算值与实测数据比较

Fig. 3 Comparison of the calculated results based on the models with field measurements

4 结论

基于公开发表的有关RC结构混凝土自然碳化研究成果,共收集混凝土自然碳化数据273组。根据有关混凝土碳化深度预测的标准模型,从混凝土材料特性(混凝土质量、养护和水泥种类)和使用环境因素(相对湿度、CO₂浓度、温度和有无挡雨)等两大类角度,结合RC结构混凝土所处实际自然环境进行了分析和总结。利用所收集的273组混凝土自然碳化数据,使用最大似然函数法,对Gamma回归模型参数进行了识别,构建了一个不同于传统的、新的、适用于预测自然环境中RC结构混凝土碳化深度的Gamma广义线性回归模型。使用该计算模型对一些实际RC结构混凝土自然碳化深度进行预测,并和实测数据、GB/T 51355—2019模型和CEB-FIP-2019 *fib*模型预测结果进行了对比分析,得出以下结论:

1)提出的计算模型预测精度较高,大多数误差

控制在30%以内,其表现优于GB/T 51355—2019模型和CEB-FIP-2019 *fib*模型。

2)与现有一些模型相比,该模型针对RC结构所处的自然环境,考虑了混凝土时效抗压强度、养护机制和有无挡雨等因素影响,并给出了具体量化计算的数学表达式,补充和完善了现有模型。

3)搜集的数据来源具有较大的随机性和广泛性,建立的模型也考虑了随机性,因而适用范围更广。

4)该模型中的每个解释变量均有明确的物理含义和具体的数学计算表达式,因此模型简单,使用基本的计算工具就可以进行计算,不需要计算机和有限元软件包,为相关设计人员和工程师提供了方便;在预测RC结构混凝土自然碳化深度和结构服役寿命方面具有广泛的应用潜力和价值。

参考文献

- [1] Tuutti K. Corrosion of steel in concrete [M]. Stockholm: Swedish Foundation for Concrete Research (CBI), 1982.
- [2] 张誉, 蒋利学. 基于碳化机理的混凝土碳化深度实用数学模型[J]. 工业建筑, 1998, 28(1): 16-19.
ZHANG Y, JIANG L X. A practical mathematical model of concrete carbonation depth based on the mechanism [J]. Industrial Construction, 1998, 28(1): 16-19. (in Chinese)
- [3] 牛荻涛. 混凝土结构耐久性与寿命预测[M]. 北京: 科学出版社, 2003.
NIU D T. Durability and life forecast of reinforced concrete structure[M]. Beijing: Science Press, 2003. (in Chinese)
- [4] 潘洪科, 牛季收, 杨林德, 等. 地下工程砼结构基于碳化作用的耐久性劣化模型[J]. 工程力学, 2008, 25(7): 172-178.
PAN H K, NIU J S, YANG L D, et al. The durability deterioration model based on carbonation for underground concrete structures [J]. Engineering Mechanics, 2008, 25(7): 172-178. (in Chinese)
- [5] 罗小勇, 邹洪波, 施清亮. 不同应力状态下混凝土碳化耐久性试验研究[J]. 自然灾害学报, 2012, 21(2): 194-199.
LUO X Y, ZOU H B, SHI Q L. Experimental study on durability of concrete carbonation at different stress states [J]. Journal of Natural Disasters, 2012, 21(2): 194-199. (in Chinese)
- [6] 卢朝辉, 吴蔚琳, 赵衍刚. 混凝土及预应力混凝土结构碳化深度预测模型研究[J]. 铁道科学与工程学报, 2015, 12(2): 368-375.

- LU Z H, WU W L, ZHAO Y G. Prediction models for carbonation depth of reinforced and prestressed concrete structures [J]. Journal of Railway Science and Engineering, 2015, 12(2): 368-375. (in Chinese)
- [7] 李英民,周小龙,贾传果. 混凝土碳化深度预测中的贝叶斯方法及应用[J]. 中南大学学报(自然科学版), 2014, 45(9): 3121-3126.
- LI Y M, ZHOU X L, JIA C G. Bayesian method and its application in prediction of concrete carbonation depth [J]. Journal of Central South University (Science and Technology), 2014, 45(9): 3121-3126. (in Chinese)
- [8] 王常青. 运营期混凝土桥梁碳化深度统计分析[J]. 交通世界, 2020(26): 108-109, 112.
- WANG C Q. Statistical analysis of carbonation depth of concrete bridges during operation period [J]. Transpo-World, 2020(26): 108-109, 112. (in Chinese)
- [9] 王建有,王浚宇,王大辉,等. 在役混凝土结构碳化深度的贝叶斯随机模型[J]. 水电能源科学, 2023, 41(2): 154-158.
- WANG J Y, WANG J Y, WANG D H, et al. Bayesian stochastic model for carbonation depth of in-service concrete structures [J]. Water Resources and Power, 2023, 41(2): 154-158. (in Chinese)
- [10] 陈正,胡以婵,赵宇飞,等. 标准碳化环境下基于材料参数的混凝土碳化深度多因素计算模型[J]. 硅酸盐通报, 2019, 38(6): 1681-1687, 1693.
- CHEN Z, HU Y C, ZHAO Y F, et al. Multi-factor computation model of concrete carbonation depth based on material parameters in standard carbonization environment [J]. Bulletin of the Chinese Ceramic Society, 2019, 38(6): 1681-1687, 1693. (in Chinese)
- [11] ATİŞ C D. Carbonation-porosity-strength model for fly ash concrete [J]. Journal of Materials in Civil Engineering, 2004, 16(1): 91-94.
- [12] HILLS T P, GORDON F, FLORIN N H, et al. Statistical analysis of the carbonation rate of concrete [J]. Cement and Concrete Research, 2015, 72: 98-107.
- [13] LIU P, YU Z W, CHEN Y. Carbonation depth model and carbonated acceleration rate of concrete under different environment [J]. Cement and Concrete Composites, 2020, 114: 103736.
- [14] EKOLU S O. Model for practical prediction of natural carbonation in reinforced concrete: Part 1-Formulation [J]. Cement and Concrete Composites, 2018, 86: 40-56.
- [15] SHI X Y, YAO Y, WANG L, et al. A modified numerical model for predicting carbonation depth of concrete with stress damage [J]. Construction and Building Materials, 2021, 304: 124389.
- [16] ABDEL-HAMEED M. A gamma wear process [J]. IEEE Transactions on Reliability, 1975, R-24(2): 152-153.
- [17] ZHANG K J, XIAO J Z. Time-dependent reliability analysis on carbonation behavior of recycled aggregate concrete based on gamma process [J]. Construction and Building Materials, 2018, 158: 378-388.
- [18] 倪宝伟,吴定俊. 钢筋混凝土桥梁碳化深度计算方法分析比较[J]. 结构工程师, 2008, 24(6): 150-153.
- NI B W, WU D J. Analysis and comparison of calculation method of concrete carbonation of reinforced concrete bridges [J]. Structural Engineers, 2008, 24(6): 150-153. (in Chinese)
- [19] 张海燕,把多铎,王正中. 混凝土碳化深度的预测模型[J]. 武汉大学学报(工学版), 2006, 39(5): 42-45.
- ZHANG H Y, BA D D, WANG Z Z. A model for forecasting carbonization depth of concrete [J]. Engineering Journal of Wuhan University, 2006, 39(5): 42-45. (in Chinese)
- [20] 李浩,施养杭. 混凝土碳化深度预测模型的比对与分析[J]. 华侨大学学报(自然科学版), 2007, 28(2): 192-195.
- LI H, SHI Y H. Discussion of concrete carbonation depth predictive models [J]. Journal of Huaqiao University (Natural Science), 2007, 28(2): 192-195. (in Chinese)
- [21] 王恒栋. 钢筋混凝土结构耐久性评估基础研究[D]. 辽宁大连: 大连理工大学, 1996.
- WANG H D. Basic research on durability evaluation of reinforced concrete structures [D]. Dalian, Liaoning: Dalian University of Technology, 1996. (in Chinese)
- [22] 赵海娟,王军. 水闸混凝土碳化深度预测研究[J]. 山西建筑, 2019, 45(22): 151-152.
- ZHAO H J, WANG J. Prediction of carbonation depth of sluice concrete [J]. Shanxi Architecture, 2019, 45 (22): 151-152. (in Chinese)
- [23] 杜应吉,梁正平. 韦水倒虹工程混凝土碳化深度预测研究[J]. 水利水电科技进展, 2005, 25(3): 48-50.
- DU Y J, LIANG Z P. Study on prediction of concrete carbonation depth of Weishui inverted siphon project [J]. Advances in Science and Technology of Water Resources, 2005, 25(3): 48-50. (in Chinese)
- [24] 邓晓,李林泽,赵欢,等. 现场检测高钛型高炉渣混凝土碳化深度及影响因素分析[J]. 四川建筑, 2015, 35 (5): 183-184.
- DENG X, LI L Z, ZHAO H, et al. On-site detection of carbonation depth of high titanium blast furnace slag concrete and analysis of its influencing factors [J]. Sichuan Architecture, 2015, 35(5): 183-184. (in Chinese)
- [25] DUAN K K, CAO S Y. Data-driven parameter selection and modeling for concrete carbonation [J]. Materials, 2022, 15(9): 3351.
- [26] fib Bulletin 34. Model code for service life design: CEB-FIP-2010 [S]. Stuttgart: Sprint-Digital Druck, 2010.
- [27] 既有混凝土结构耐久性评定标准: GB/T 51355—2019 [S]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2019.
- Standard for durability assessment of existing concrete

- structures: GB/T 51355—2019 [S]. Beijing: China Architecture & Building Press, 2019. (in Chinese)
- [28] TA V L, BONNET S, SENG KIESSE T, et al. A new meta-model to calculate carbonation front depth within concrete structures [J]. *Construction and Building Materials*, 2016, 129: 172-181.
- [29] KARI O P. DuraInat Report-Task-4-Deterioration models with interaction: Research Report AALTO-R-001-11 [R]. Aalto University, 2011.
- [30] Execution of concrete structures: DS/EN 13670: 2010 [S]. Danish Standards, 2010.
- [31] 吕政翰. 中国大气二氧化碳浓度时空变化特征及其影响因素分析[D]. 哈尔滨: 哈尔滨师范大学, 2019.
- LV Z H. Spatial-temporal variation characteristics of atmospheric carbon dioxide concentration in China and its influencing factors [D]. Harbin: Harbin Normal University, 2019. (in Chinese)
- [32] 唐媛媛. Gamma分布及Gamma回归[D]. 江苏扬州: 扬州大学, 2017.
- TANG Y Y. Gamma distribution and Gamma regression [D]. Yangzhou, Jiangsu: Yangzhou University, 2017. (in Chinese)
- [33] BAGDONAVICIUS V, NIKULIN M S, Estimation in degradation models with explanatory variables [J]. *Lifetime Data Analysis*, 2001, 7(1): 85-103.
- [34] KOUASSI F A, DAUXOIS J Y, DUPRAT F, et al. Engineering statistical models for carbonation depth [J]. *European Journal of Environmental and Civil Engineering*, 2023, 27(1): 215-238.
- [35] LAWLESS J, CROWDER M. Covariates and random effects in a Gamma process model with application to degradation and failure [J]. *Lifetime Data Analysis*, 2004, 10(3): 213-227.
- (编辑 XXX)